



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



Площадка написания

Московский государственный технический
университет имени Н.Э. Баумана

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр 88753 Класс 11

Вариант 22 Дата 19.02.2022



Заполняется проверяющим строго по образцу

Образец заполнения: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
5	0	1	5	5	0	3	0	0	0

Оценка цифрами

Оценка прописью

Подпись

5	5
---	---

пятьдесят баллов

81-7-

Задача 1.

$$x^9 - 2022x^3 - \sqrt{2021} = 0$$

$$x^3 \cdot (x^6 - 2021) - 1 \cdot (x^3 + \sqrt{2021}) = 0$$

$$x^3 \cdot (x^3 - \sqrt{2021}) \cdot (x^3 + \sqrt{2021}) - 1 \cdot (x^3 + \sqrt{2021}) = 0$$

$$(x^6 - \sqrt{2021}x^3 - 1) \cdot (x^3 + \sqrt{2021}) = 0$$

$$\begin{cases} x^3 = -\sqrt{2021} \Rightarrow x^2 = -\sqrt[6]{2021} \\ x^6 - \sqrt{2021}x^3 - 1 = 0 \end{cases}$$

$$t^2 - \sqrt{2021}t - 1 = 0$$

Обр. замена: $D = 2021 + 4 = 2025$

$$x_1 = 3 \sqrt{\frac{\sqrt{2021} + 45}{2}}$$

$$t_1 = \frac{\sqrt{2021} + 45}{2}$$

$$t_2 = \frac{\sqrt{2021} - 45}{2}$$

$$x_2 = 3 \sqrt{\frac{\sqrt{2021} - 45}{2}}$$

Ответ: $x_1 = -\sqrt[6]{2021}$, $x_2 = 3 \sqrt{\frac{\sqrt{2021} \pm 45}{2}}$

5 баллов

+

Задача 2.

$$f(x) \text{ } x \in (-\infty; +\infty):$$

$$f(x) - (x - 0.5)f(-x - 1) = 1$$

$$f(x) = f(-x - 1) \cdot (x - 0.5) + 1$$

всё функции не указан.

$$f(0.5) = 1$$

$$f(t) = f(-t - 1) \cdot (t - 0.5) + 1$$

$$t = -x - 1 \Rightarrow x = -t - 1$$

$$t = 0.5: f(0.5) = 1$$

$$f(-x - 1) = f(x) \cdot (-x - 1.5) + 1$$

Стр. 1



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Площадка написания

Московский государственный технический
университет имени Н.Э. Баумана

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

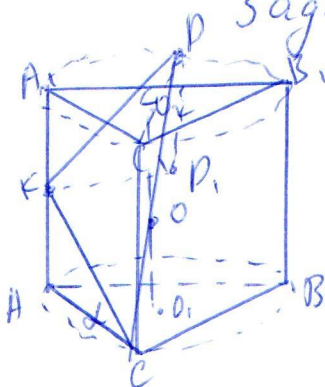
Математика

Шифр 88753 Класс 11

Вариант 22 Дата 19.02.2022

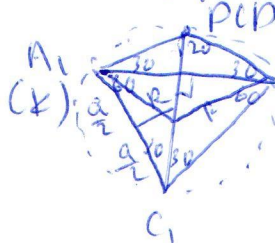


Задача 6.



Решение:

$$1) KD^2 = A_1K^2 + KP_1^2 \text{ (по т. Пиф.)}$$



$$KD = A_1D = \frac{A_1C_1}{2} \quad A_1C_1 \text{ - диаметр окр.}$$

$$A_1C_1 = AC = CK \cos \alpha$$

$$AK = CK \sin \alpha = \frac{AA_1}{2} CK \sin \alpha$$

$$KD = 2R \Rightarrow A_1D = KD_1 = R = \frac{a}{2 \cos 30^\circ} = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{CK \cos \alpha}{\sqrt{3}} \Rightarrow KD^2 = CK^2 \sin^2 \alpha + \frac{CK^2 \cos^2 \alpha}{3}$$

$$8 = 12 \sin^2 \alpha + 4 \cos^2 \alpha \quad | : 4$$

$$2 = 3 \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 2 \sin^2 \alpha + 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \alpha = 45^\circ \Rightarrow AA_1 = 2 \cdot CK \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \cdot 2\sqrt{3} = 2\sqrt{6}$$

$$2) S_{ABC} = \frac{\sqrt{3} AC^2}{4} = \frac{\sqrt{3} \cdot CK^2 \cos^2 \alpha}{4} = \frac{\sqrt{3} \cdot 12}{8} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$V_{\text{уп}} = S_{ABC} \cdot AA_1 = \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot 2\sqrt{6} = 3\sqrt{18} = 9\sqrt{2}$$

$$\text{Ответ: } V_{\text{уп}} = 9\sqrt{2}$$

(+)

30 баллов



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



Площадка написания

Московский государственный технический
университет имени Н.Э. Баумана

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр 88753 Класс 11

Вариант 22 Дата 19.02.2022



Задача 5.

a, b, c - кол-ва акций в пакетах (разных пакетов)

x, y, z - стоимости акций в разных пакетах.

$$\begin{cases} a+b=c \\ by = \frac{ax}{3} \\ ax+by = cz \\ \begin{cases} x-y \geq 10 \\ x-y \leq 18 \end{cases} \\ \begin{cases} z \geq 18 \\ z \leq 42 \end{cases} \end{cases}$$

$$4by = cz$$

$$z = \frac{4by}{c}$$

$$\frac{100\%}{a+b+c} = ?$$

наиб. и наим.

$$\frac{4by}{c} \geq 18$$

$$\frac{4by}{c} \leq 42$$

$$\frac{2by}{c} \geq 9$$

$$\frac{2by}{c} \leq 21$$

$$x = \frac{3by}{a} \Rightarrow y \cdot \left(\frac{3b}{a} - 1 \right) \geq 10$$

$$by \leq \frac{21c}{2}$$

$$y \cdot \left(\frac{3b}{a} - 1 \right) \leq 18 \Rightarrow$$

$$y \geq \frac{10a}{3b-a}$$

$$y \leq \frac{18a}{3b-a}$$

$$\frac{18ab}{3b-a} \leq \frac{21c}{2} \left(\leq \frac{21(a+b)}{2} \right)$$

$$36ab \leq 21(a+b)(3b-a)$$

$$36ab \leq 21(2ab - a^2 + 3b^2)$$

$$36ab - 42ab + 21a^2 - 63b^2 \leq 0$$

$$21a^2 - 6ab - 63b^2 \leq 0$$

$$D_1 = 9b^2 + 63b^2 \cdot 21 = 1342b^2 \Rightarrow$$

$$a = \frac{3b + b\sqrt{1342}}{21}$$

$$a_2 = \frac{3b - b\sqrt{1342}}{21}$$

$$\frac{39b}{21} = \frac{13b}{7}$$

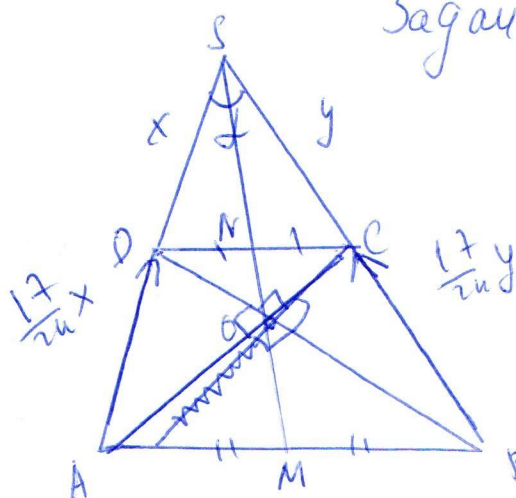
$$F(b) = \frac{50b}{a+b} = \frac{50b}{\frac{3b + b\sqrt{1342}}{21} + 1} = \frac{50b}{\frac{13b + b}{7} + 1} = \frac{50 \cdot 7}{13+7} = \frac{350}{20} = 17,5 \rightarrow 17\% \text{ - наиб.}$$

$$\frac{10a}{3b-a} \leq \frac{21c}{2} \left(\leq \frac{21(a+b)}{2} \right) \Rightarrow \frac{10a}{3b-a} \leq \frac{21(a+b)}{2} \text{ - условие для наим.}$$



$x = -1,5 \Rightarrow f(0,5) = 1$. - удовлетворяет.

Задача №3.



Дано: $AB = 41$
 $CD = 24$
 $AC \perp BD$

Найти:
 $|\vec{AP}| \times |\vec{BC}| = ?$

Решение:

1) 4 зам. точки, т.к. $BD \perp AC \Rightarrow$
(по ус.)

$\Rightarrow$ $\mathcal{SM}$ -прямая, $N \in M$, $0 \in \mathcal{SM}$.

г. $O_2 AC \cap BD$. N, M - сеп. DC и AB .

2) SN-медиана $\rightarrow SN^2 = \frac{1}{2} \sqrt{2(x^2 + y^2) - CD^2}$.

$$P = |\vec{AP}| \cdot |\vec{BC}| \cdot \cos \alpha$$
$$ON = DN, OM = AM \text{ (т.к. медианы в } \triangle OAM \text{ и } \triangle ODN \text{)}.$$

3) По т. кос.:

3) По Т. кос.:
 ~~$AB^2 = x^2 + y^2 - 2P$~~ ~~$SA^2 + SB^2 - 2P$~~ $CD^2 = x^2 + y^2 - 2xy \cos \alpha$.

$$\text{вектор } \vec{AB} = \vec{x} + \vec{y} = \vec{a} + \vec{b} \text{ и т.д.}$$
$$\therefore \frac{SP}{AS} = \frac{DC}{AB} = \frac{24}{41} = \frac{x}{AD+x} \Rightarrow 141x = 24AD + 24x$$

$$117x = 24AD$$
$$17x = 24AD$$
$$AD = \frac{17x}{24} \Rightarrow AS = \frac{(24+17)x}{24}$$

Аналогично: $13S = \frac{41}{24}y$

$$BC = \frac{17}{24} y, \Rightarrow p = \frac{PN = \frac{17}{24}}$$
$$\frac{PN}{\sqrt{PN+ON+OM}} = \frac{fN}{\sqrt{fN+32,5}} = \frac{24}{41}$$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Площадка написания

Московский государственный технический
университет имени Н.Э. Баумана

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр 88753 Класс 11

Вариант 22 Дата 19.02.2022



$$\begin{aligned} 41) SN &= 24SN + 65 \cdot 12 = 24SN + 780 \\ 17SN &= 780, SN = \frac{780}{17} = \frac{1}{2} \sqrt{2(x^2 + y^2) - CD^2} = \sqrt{2(x^2 + y^2) - 576} \\ \frac{780^2}{289} &= \frac{1}{4} \cdot (2(x^2 + y^2) - 576) = \frac{x^2 + y^2}{2} - 144 \\ x^2 + y^2 &= 2 \cdot \left(\frac{780^2}{289} + 144 \right) \end{aligned}$$

$$4) 576 = 2 \cdot \left(\frac{780^2}{289} + 144 \right) - 2xy \cos \alpha = xy \cos \alpha = 2 \cdot \left(\frac{780^2}{289} - 144 \right)$$

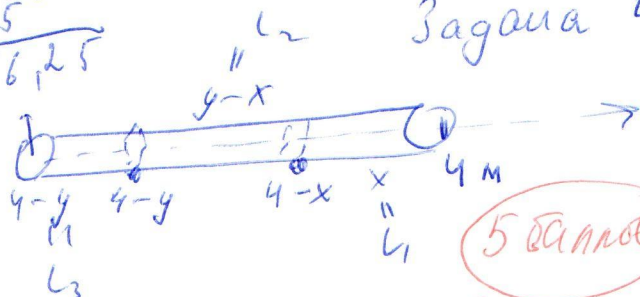
$$\begin{aligned} p &= \frac{17}{24} x \cdot \frac{17}{24} y \cdot \cos \alpha = \frac{289}{576} xy \cos \alpha = \frac{289}{576} \cdot \left(\frac{780^2}{289} - 144 \right) \\ &= \frac{780^2}{576} - \frac{289 \cdot 144}{576} = 32,5^2 - 72,25 = 1056,25 - 72,25 = 984. \end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } |\vec{BC}| \times |\vec{AD}| \cdot \cos \alpha = 984.$$

$$\begin{array}{r} 32,5 \\ \times 32,5 \\ \hline 1625 \\ + 650 \\ + 975 \\ \hline 1056,25 \end{array}$$

(+) 15 баллов

Задача 4.



$$\begin{cases} l_1 \geq 1 \\ l_2 \geq 1 \\ l_3 \geq 1 \end{cases}$$

5 баллов

$$\begin{aligned} &\begin{cases} x \geq 1 & (1) \\ y-x \geq 1 & (2) \\ 4-x-y \geq 1 & (3) \end{cases} \text{ Верно} \\ &(1)+(2): y \geq 2 \Rightarrow y \in [2; 3] \\ &(2)+(3): 4-x \geq 2 \Rightarrow x \leq 2 \Rightarrow x \in [1; 2] \\ &x \in [0; 4] \\ &y \in [0; 4] \\ &P = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16} \\ &\text{Ответ: } P = 0,25 \end{aligned}$$