



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР 27662

Класс 11 Вариант 42 Дата Олимпиады 10.02.18

Площадка написания Моз сош w1 c ykom

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	4	4	8	8	12	12	16	16	16	100	сто	<u>3</u>

$$\textcircled{2} \quad 20 \left(\frac{x-2}{x+1} \right)^2 - 5 \left(\frac{x+2}{x-1} \right)^2 + 48 \frac{x^2-4}{x^2-1} \leq 0$$

$$20 \left(\frac{x-2}{x+1} \right)^2 - 5 \left(\frac{x+2}{x-1} \right)^2 + 48 \left(\frac{x+2}{x-1} \right) \cdot \left(\frac{x-2}{x+1} \right) \leq 0$$

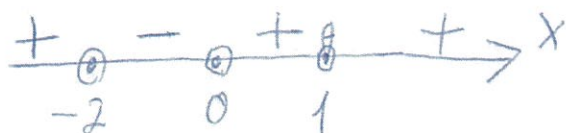
$$\textcircled{4} \quad \sqrt{x^4 - 2x^2 + 1} > 1 - x$$

$$x^4 - 2x^2 + 1 > 1 + x^2 - 2x$$

$$x^4 - 3x^2 + 2x > 0$$

$$x(x^3 - 3x + 2) > 0$$

$$x(x-1)^2(x-2) > 0$$



Ответ: $x \in (-\infty; -2) \cup (0; 1) \cup (1; +\infty)$

$$\textcircled{3} \quad x^4 - 2x^2 + 1 \geq 0$$

$$(x^2 - 1)^2 \geq 0$$

$$x \in \mathbb{R} +$$

③

$$\frac{\cos^2 3t}{\lg t} + \frac{\cos^2 t}{\lg 3t}$$

$$\frac{\cos^2 3t \cdot \cos t}{\sin t} + \frac{\cos^2 t \cdot \sin 3t}{\sin 3t} = 0$$

$$\frac{\cos 3t}{\sin t} + \frac{\cos t}{\sin 3t} = 0$$

$$\frac{\sin 6t}{2} + \frac{\sin 2t}{2} = 0$$

$$\sin 6t + \sin 2t = 0$$

$$2 \sin \left(\frac{6t+2t}{2} \right) \cos \left(\frac{6t-2t}{2} \right) = 0$$

$$\sin 4t \cdot \cos 2t = 0$$

$$\sin 4t = 0$$

$$\cos 2t = 0$$

$$4t = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$2t = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$t = \frac{\pi}{4} k, k \in \mathbb{Z}$$

$$t = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} n, n \in \mathbb{Z}$$

$$t = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} k, k \in \mathbb{Z}$$

+

003

$$\cos t \neq 0 \quad \cos 3t \neq 0$$

$$\sin t \neq 0 \quad \sin 3t \neq 0$$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c = a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

22662

(10) $1^3 + 3^3 + 5^3 + 7^3 + \dots + (2n-1)^3 = n^2(2n^2-1)$

$\frac{1 + 27 + 125 + \dots + (2n-1)^3}{(1 + 4 + 9 + \dots + (3n-2))} = 35$

$\frac{n^2(2n^2-1)}{\frac{1 + 3n-2}{2} \cdot n} = 35$

$\frac{2 \cdot n^2(2n^2-1)}{(3n-1) \cdot n} = 35$

$2n^2(2n^2-1) = 35n(3n-1)$

$4n^3 - 2n = 105n - 35$

$4n^3 - 107n + 35 = 0$

$n = 5$

Величину данного уравне-
ния в нашу таблицу
вызвать все возможные
значения $35 = 5 \cdot 7 \cdot 1$
проверить какое из этих
чисел

Ответ: после проверки получаем

$n = 5$

X

$$\textcircled{9} \quad 4^x + (a^2 + 5) \cdot 2^x - a^2 + 9 = 0$$

$$4^x + (a^2 + 5) \cdot 2^x = a^2 - 9$$

Путь к жизни

Пусть x будет ≥ 0 . Значит, модальное уравнение не имеет
реальных корней модаль $a^2 - 9 < 0$

$$R^2 - 9 \leq 0$$

$$R^2 \leq 9$$

$$-3 \leq a \leq 3$$

Ответ: урков не имеет решений при

$$-3 \leq a \leq 3$$

8

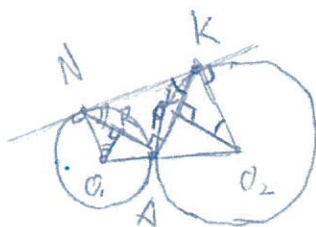
Dano

$\text{DNA} \approx 6$

$$P_x KA \leq \delta$$

$$(a; r) \quad (0_2; R)$$

$r, R - ?$



$$N/K = \sqrt{AK^2 + AN^2} \approx 10$$

$$pk \leq 4$$

$$RN \approx 3 \approx \frac{NR}{2}$$

Temperature

1) $\Delta NAK - \Delta$ по св-ву касательной
к сфере орбитальности (при ре-
акции NAK по O_2 с $g_{eff} = 1$)
участ ΔNAK и AK с изменением $cost$

2) Проведем $O_2 P$, тогда $\Delta O_2 P K$
 поделен ΔNAK по двум углам
 90° и L , тогда $\frac{O_2 K}{AK} = \frac{PK}{NK}$

90° u L, weniger $\frac{O_2k}{Nk} \leq \frac{Kp}{A \cdot \Delta T}$
 $O_2k \leq \frac{10 \cdot 4}{68} = \frac{40}{6} = \boxed{\frac{20}{3}}$

3) Аналогично $O_1 P N \sim \triangle A K$, тогда $O_1 N = \frac{NK \cdot PN}{AK} = \frac{10 \cdot 3}{8} = \frac{30}{8}$ 4

$$Q_{IN} = \frac{NK \cdot RN}{AK} = \frac{10 \cdot 3}{8} = \frac{30}{8} \quad U$$

Answer: $r = \frac{30}{8} = \frac{15}{4}$ $R = \frac{20}{3}$



5) Если 100% раствор спирта

1) перегнание $100\% - \frac{1}{5} \cdot 100\% = 80\%$ спирт

2) перегнание забирают $\frac{1}{5}$ спирта и воды, то есть
 $80\% - \frac{1}{5} 80\% = 64\%$ спирт

3) аналогично $64\% - \frac{1}{5} 64\% = 64 - \frac{64}{5} = 51,2\%$ спирт

4) $51,2\% - \frac{1}{5} 51,2\% = \frac{51,2 \cdot 4}{5} = 40,96\%$ спирт

5) $40,96\% - \frac{1}{5} 40,96\% = \frac{40,96 \cdot 4}{5} = 32,768\%$ спирт

6) $32,768\% - \frac{1}{5} 32,768 = 32,768 \cdot 0,8 = 26,2144\%$ спирт

Ответ: при после 6 перегнаний % содержания спирта
становит $< 30\%$

+



①

$$A = \frac{x+2y}{y^3(x^2+2xy+2y^2)} - \frac{(x-2y)}{y^3(x^2-2xy+2y^2)} + \frac{1}{y^2(4x^2-8y^2)} - \frac{1}{y^2(4x^2+8y^2)}$$

$$\frac{(x+2y)(x^2-2xy+2y^2) - (x-2y)(x^2+2xy+2y^2)}{y^3((x^2+2y^2)^2 - (2xy)^2)} = \frac{4x^2+8y^2 - \cancel{4x^2} + 8y^2}{y^2(16x^4 - 64y^4)} = \frac{16y^2}{y^2(16x^4 - 64y^4)}$$

$$= \frac{1}{y^3(x^4 + 4y^4)} = \boxed{\frac{1}{x^4 + 4y^4}} = \boxed{\frac{1}{(x^4 - 4y^4)}}$$

$$A = \frac{1}{(x^4 + 4y^4)} + \frac{1}{(x^4 - 4y^4)} = \frac{1}{6+4\sqrt{2}} + \frac{1}{6-4\sqrt{2}} = \frac{6-4\sqrt{2}+6+4\sqrt{2}}{36-2 \cdot 16}$$

$$= \frac{12}{36-32} = \frac{12}{4} = \boxed{3}$$

Ответ: $\boxed{A=3}$

+



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

22662

$$(2) \quad 20 \left(\frac{x-2}{x+1} \right)^2 - 5 \left(\frac{x+2}{x-1} \right)^2 + 48 \frac{x^2-4}{x^2-1} = 0$$

$$a = \frac{x-2}{x+1}$$

$$b = \frac{x+2}{x-1}$$

$$20a^2 - 5b^2 + 48ab = 0$$

$$20a^2 + 48ab - 5b^2 = 0$$

$$(10a-b)(2a+5b) = 0$$

$$10a = b$$

$$\cancel{2a = \frac{5b}{1}} \quad 2a + 5b = 0$$

$$\frac{10(x-2)}{(x+1)} = \frac{x+2}{(x-1)}$$

$$\frac{2(x-2)}{x+1} + \frac{5(x+2)}{x-1} = 0$$

$$10(x-2)(x-1) = (x+2)(x+1)$$

$$2(x-2)(x-1) + 5(x+2)(x+1) = 0$$

$$10(x^2 - x - 2x + 2) = x^2 + x + 2x + 2$$

$$2x^2 + 9x + 14 = 0$$

$$10(x^2 - 3x + 2) = x^2 + 3x + 2$$

$$D = 81 - 28 \cdot 14$$

$$10x^2 - 30x + 20 = x^2 + 3x + 2$$

$$D < 0$$

$$9x^2 - 33x + 18 = 0$$

$\emptyset$

$$D = 33^2 - 4 \cdot 18 \cdot 9 = 441 = 21^2$$

$$x_1 = \frac{33-21}{18} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

$\times$

$$x_2 = \frac{33+21}{18} = \frac{54}{18} = 3$$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

27662

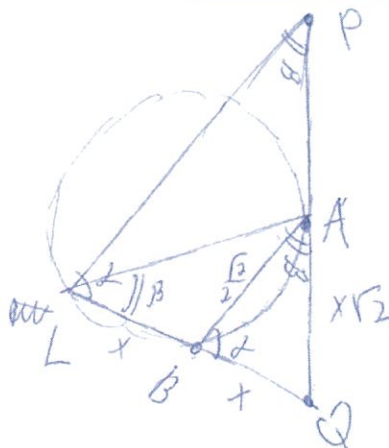
Дано

PQL

ΔABC — равнобедренный

$$PL = \sqrt{2}$$

$$\angle PLQ < \frac{1}{3}$$



Решение

1) $\angle PLQ = \angle ABC$ (т.к. средняя линия)

2) По теореме о касательной $QA^2 = QB \cdot QL = x \cdot 2x = 2x^2$

$$QA = x\sqrt{2}$$

3) $AB = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (т.к. средняя линия)

4) $\angle LPQ = \angle BAQ = \beta$ (ср. лин.)

5) По теореме об угле между касательной и хордой (QA, PQ и AB) $\angle BAQ = \angle ALB = \frac{1}{2} \angle APB = \beta$

$$\sin \beta = \frac{AB}{2R} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{2R} \Rightarrow \sin \beta = \frac{\sqrt{2}}{4R}$$

$$6) \text{ По } \sin \beta \text{ в } \triangle LBA \quad 2R = \frac{\sqrt{2}}{2 \sin \beta} \Rightarrow \sin \beta = \frac{\sqrt{2}}{4R}$$

$$7) \text{ По } \sin \beta \text{ в } \triangle ABC \quad \frac{x\sqrt{2}}{\sin \beta} = \frac{x}{\sin \beta}$$

$$3\sqrt{2} = \frac{4R}{\sqrt{2}}$$

$$8 = 4R \Rightarrow R = \frac{8}{4} = 2$$

$$\text{Ответ: } R = 2$$

ШИФР 27662

$$\begin{aligned}
 ⑥ \quad a_k &= 1 - \cos 2x \\
 a_{k+1} &= \cos x - \frac{1}{2} \\
 a_{k+2} &= \frac{1}{2 \sin^2 x}
 \end{aligned}$$

По св-ву геометрической прогрессии

$$a_k \cdot a_{k+2} = (a_{k+1})^2$$

$$(1 - \cos 2x) \left(\frac{1}{2 \sin^2 x} \right) = \left(\cos x - \frac{1}{2} \right)^2$$

$$\frac{1 - 2 \cos^2 x}{2 \sin^2 x} = \left(\cos x - \frac{1}{2} \right)^2$$

$$1 = \left(\cos x - \frac{1}{2} \right)^2$$

$$\cos x = -\frac{1}{2}$$

$$\cos x = \frac{1}{2}$$

$$x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Тогда $a_k = 1 - (-\frac{1}{2}) = \frac{3}{2}$; $a_{k+1} = -1$; $a_{k+2} = \frac{2}{3}$

$$n = \frac{a_{k+1}}{a_k} = -\frac{2}{3}$$

$$a_{15} = a_1 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^{15-1} = \frac{2^7}{3}$$

Допустим, что $a_1 = \frac{2^7}{3}$, тогда $\frac{2^7}{3} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^{n-1} = a_k = \frac{3}{2}$

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^{n-1} = \frac{3 \cdot 3}{2^7 \cdot 2} = \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

Тогда $k = 15 - 1 + n = 14 + 3 = 17$

$$n = 3$$

Ответ: $x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

$$k = 17$$

+