ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

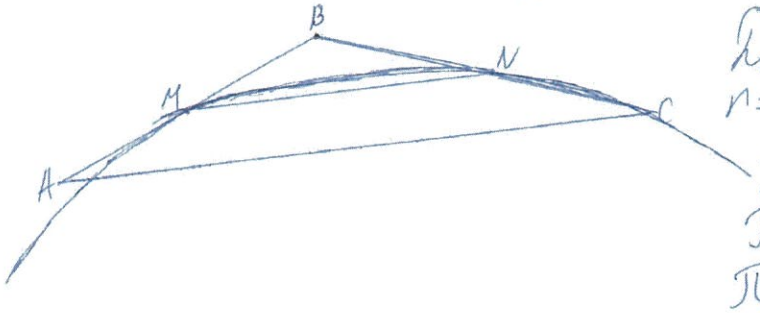
ШИФР 23038

Класс 10 А **Вариант** 41 **Дата Олимпиады** 10.02.2018

Площадка написания СОШ №1, г. Надым

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	0	0	0	8	8	12	0	16	0	0	44	сорок четыре	3 г

№4



Дано: ABC - треуг.; MN - средняя линия; $r=\sqrt{2}$; $AC=2$

Найти: $\sin\angle ACB$

Решение:

Пусть $BN=NC=x$; $\angle BAC=\alpha$; $\angle ACB=\beta$

$BM=\sqrt{BN\cdot BC}=\sqrt{x\cdot 2x}=x\sqrt{2}$ (теорема о касательной и секущей)

$MN=\frac{1}{2}AC$ (по теореме о средней линии)

$MN=1$

$\Rightarrow \angle BMN=\angle BAC=\alpha$; $\angle BMN=\angle ACB=\beta$

$\angle NCM=\angle BMN=\alpha$ (по теореме угла между касательной и хордой)

$MN=2r\cdot\sin MCN$

$1=2\sqrt{2}\cdot\sin\alpha \Rightarrow \sin\alpha=\frac{1}{2\sqrt{2}}$

По теореме синусов

$\frac{BM}{\sin BNM}=\frac{BN}{\sin BMN} \Rightarrow \frac{x\sqrt{2}}{\sin\beta}=\frac{x}{\sin\alpha}$, т.к. $\sin\alpha$ известен, то $\sin\beta=\frac{1}{2}$

Ответ: $\frac{1}{2}$

№5

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 23038

№5

	Спирт	Раствор
Было	1	1
1 раз отлили	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
Стало	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$
добавили	–	$\frac{1}{3}$
2 раз отлили	$(\frac{2}{3})^2$	$\frac{1}{3}$
Стало	$(\frac{2}{3})^2$	
Стало после k раз	$(\frac{2}{3})^k$	$\frac{2}{3}$
		1

+

Составим функцию $F(k)=(\frac{2}{3})^k$

$10\% = \frac{1}{10}$

$F(4) = \frac{16}{81} > \frac{1}{10}$

$F(5) = \frac{32}{243} > \frac{1}{10}$

$F(6) = \frac{64}{729} < 10\%$

Ответ: 6

№6

Пусть $B = x$, тогда $\alpha = x - \frac{\pi}{12}$; $\gamma = x + \frac{5\pi}{12}$

$tg^2 x = tg(x - \frac{\pi}{12}) \cdot tg(x + \frac{\pi}{12})$

$tg(x - \frac{\pi}{12}) = \frac{tg(x) - tg(\frac{\pi}{12})}{1 + tg(x) \cdot tg(\frac{\pi}{12})}$

$tg(x + \frac{\pi}{12}) = \frac{tg(x) + tg(\frac{\pi}{12})}{1 - tg(x) \cdot tg(\frac{\pi}{12})}$

$tg^2(x) = \frac{tg^2(x) - tg^2(\frac{\pi}{12})}{1 - tg^2(x) \cdot tg^2(\frac{\pi}{12})}$

Пусть $tg^2(x) = a$, а $tg^2(\frac{\pi}{12}) = b$

+

$a = \frac{a - b}{1 - a \cdot b}$

$a \cdot (1 - a \cdot b) = a - b$

$a^2 = 1$

$tg^2(x) = 1$

$x = \frac{\pi}{4}$

$\alpha = \frac{\pi}{6}$

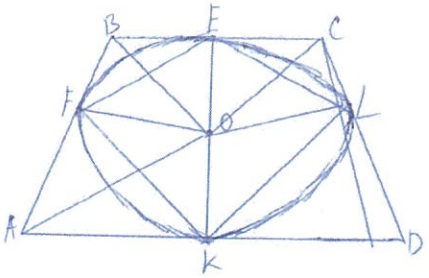
$B = \frac{\pi}{4}$

$\gamma = \frac{5\pi}{12}$ Ответ: $\alpha = \frac{\pi}{6}$; $B = \frac{\pi}{4}$; $\gamma = \frac{\pi}{3}$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 23039



№ 8

Дано: ABCD - р/б трапеция, $r = 5$ см,

$FL = 8$ см

Найти: S_{ABCD}

Решение:

$BF = BE = CE = CL \Rightarrow FL \parallel BC$ и $FL \perp E$, то $S_{FELK} = \frac{EL \cdot EK}{2}$

$S_{FELK} = \frac{8 \cdot 10}{2} = 40\,см^2$

$S_{FEK} = \frac{S_{FELK}}{2} = 20\,см^2$

$\angle BAO = \angle OAK = \angle FKO$, т.к. $FK \perp AO$ (т.к. AO - биссектриса р/б трапеции $\Rightarrow \triangle AFK$ это и высота)

$\angle EFK = 90°$

$\angle AOB = 90°$

$\Rightarrow \triangle FEK \sim \triangle AOB$

$S_{AOB} = 20 \cdot \left(\frac{AB}{EK}\right)^2 = \frac{AB \cdot OF}{2} \Rightarrow AB = \frac{OF}{2}$

$AB = \frac{25}{2} = \frac{BC + AD}{2}$

$S_{ABCD} = 10 \cdot \frac{BC + AD}{2}$

$S_{ABCD} = 10 \cdot \frac{25}{2} = 125\,см^2$

Ответ: $125\,см^2$