ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 2900

Класс 10 **Вариант** 8 **Дата Олимпиады** 11.02

Площадка написания МГТУ им. БАУМАНА

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	4	5	5	10	10	0	15	6	0	60	шесть-десят	

1

57 недурно ёсель

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 2900

№1 $(x^2-2x+2)(x^2-2x-2)=5$ $t=x^2-2x$

$(t+2)(t-2)=5$

$t^2=9$

$\left[\begin{array}{l} t_1=3 \\ t_2=-3 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x^2-2x-3=0 \\ x^2-2x+3=0 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x_1=3 \\ x_2=-1 \end{array}\right.$

$\varnothing$, т.к. $D<0$

Ответ: $-1; 3$ ✓

№2 $\sqrt{3x-3}-\sqrt{x-3}=4$ ОДЗ: $\begin{cases} x-1\geq 0 \\ x-3\geq 0 \end{cases} \Rightarrow x\geq 3$

$\sqrt{3x-3}=4+\sqrt{x-3}$ $|^2$

$2x-16=8\sqrt{x-3}$ $|^2$

$4x^2-128x+448=0$

$x^2-32x+112=0$

$\left[\begin{array}{l} x_1=28 \\ x_2=4 \end{array}\right.$ уд. ОДЗ

Ответ: ~~4~~; 28 Нов. Корень!

№3 $\dfrac{-x^3+2x^2+x-1}{2-x}<x^2$

$\dfrac{-x^3+2x^2+x-1}{2-x}<\dfrac{2x^2-x^3}{2-x}$

$\dfrac{x-1}{2-x}<0$ (− + −; 1, 2)

Ответ: $x\in(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$ ✓

№4 $\lg(3x-1)-\frac{1}{2}\lg(x+1)=\frac{1}{2}\lg(x+13)$ ОДЗ: $\begin{cases} 3x-1>0 \\ x+1>0 \\ x+13>0 \end{cases} \Rightarrow x>\frac{1}{3}$

$\lg(3x-1)=\frac{1}{2}(\lg(x+1)+\lg(x+13))$

$2\lg(3x-1)=\lg(x+1)(x+13)$

$(3x-1)^2=(x+1)(x+13)$

$8x^2-20x-12=0$

$2x^2-5x-3=0$

$\left[\begin{array}{l} x_1=3 \\ x_2=-\frac{1}{2}; \text{ - не уд. ОДЗ} \end{array}\right.$

Ответ: 3 ✓

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

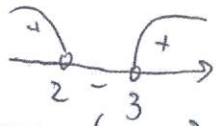
ШИФР 2900

№5 $\left(\frac{1}{9}\right)^{x+1} > \left(\frac{1}{3}\right)^{2x^2-8x+14}$

$\left(\frac{1}{3}\right)^{2x+2} > \left(\frac{1}{3}\right)^{2x^2-8x+14}$

$2x+2 < 2x^2-8x+14$

$x^2-5x+6>0$



Ответ: $x \in (-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$. ✓

№6 Пусть x – кол-во двигателей типа A
y – кол-во двигателей типа B
составим систему ур-ий:

$$\begin{cases} 2x+3y=146 \\ 4x+5y=258 \end{cases} \quad \begin{cases} 4x+6y=292 \\ 4x+5y=258 \end{cases} \Big| - \quad \begin{cases} y=34 \\ \Rightarrow \end{cases} \quad \begin{array}{l} 2x+102=146 \\ x=22 \end{array}$$

Ответ: 22 двигателя типа A; 34 двигателя типа B ✓

№7 $S_n = 36$
$a_1 = 4$
$a_n = 5$

$$\begin{cases} S_n = \frac{(a_n+d)n}{2} \\ a_n - a_1 = (n-1)d \end{cases} \quad ? \quad \begin{cases} 36 = \frac{(5+d)n}{2} \\ 1 = (n-1)d \end{cases} \Rightarrow d = \frac{1}{n-1} \Rightarrow \begin{cases} 72 = \left(5+\frac{1}{n-1}\right)\cdot n \\ n>1 \end{cases}$$

$72 = 5n + \frac{n}{n-1}$

$5n^2 - 76n + 72 = 0$

$\left[\begin{array}{l} n_1 = \frac{38+2\sqrt{271}}{5} \\ n_2 = \frac{38-2\sqrt{271}}{5}, \text{ не уд. усл. } n>1 \end{array}\right.$

Ответ: $\frac{38+2\sqrt{271}}{5}$?

№8



Пусть a – сторона ромба
b – диагональ квадрата, тогда 1) MK (диагональ квадрата) $= b\sqrt{2}$ (нот. Пиф.)
O – центр окр $\Rightarrow$ место пересечения диаг. квадрата и ромба
2) MK – высота ромба, т.к. $\angle AMK = \angle BMK = \angle DKM = \angle K$
$= 90°$, т.к. AB и M – кас. к окр
DK – кас. к окр
и $MK \parallel AH$

$\Rightarrow S_{ABCD} = b\sqrt{2} \cdot a$
$S_{ABCD} = a^2 \cdot \sin 30° \Rightarrow b = \frac{a}{2\sqrt{2}}$

3) $S_{MNKP} = b^2 = \frac{a^2}{8}$ ✓

$\frac{S_{ABCD}}{S_{MNKP}} = \frac{a^2 \cdot 8}{2 \cdot a^2} = 4$

Ответ: 4. ✓

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c = a(bc)$ $E = mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 2901

№9 $\begin{cases} \sin x + \cos y = \frac{1+\sqrt{3}}{2} \\ x + y = \frac{2\pi}{3} \end{cases} \Rightarrow$ корень

$\begin{cases} \sin x = \frac{1}{2} \\ \cos y = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ x + y = \frac{2\pi}{3} \end{cases}$ (1) $\quad \begin{cases} \cos y = \frac{1}{2} \\ \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ x + y = \frac{2\pi}{3} \end{cases}$ (2)

(1) $\begin{cases} x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k \\ y = \frac{-\pi}{6} - 2\pi k \end{cases}, k \in Z$

$\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k \\ y = \frac{\pi}{3} - 2\pi k \end{cases}, k \in Z$

$x_2 = ?$

$y_2 = ?$

Ответ: $\begin{cases} x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k \\ y = \frac{-\pi}{6} - 2\pi k \end{cases}, k \in Z$ или $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k \\ y = \frac{\pi}{3} - 2\pi k \end{cases}, k \in Z$

№10 $\sqrt[3]{40+\sqrt{1573}} + \sqrt[3]{40-\sqrt{1573}}$

$\sqrt[3]{(a+b)^3} + \sqrt[3]{(a-b)^3}$

$a + b + a - b = 2a$

$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$