

ШИФР 228

Класс 10 Вариант 4 Дата Олимпиады 11.02.17

Площадка написания МГТУ им. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	4	5	5	10	10	1	15	0	0	55	пятьдесят пять	

1

№1 0

51 пятьдесят один

$$(x-1)(x-3)(x-5) = x(x^2-9)$$

$$(x-1)(x-3)(x-5) = x(x-3)(x+3)$$

$$x=3 \quad \text{— корень} \quad \checkmark$$

$$(x-1)(x-5) = x(x+3)$$

$$x^2-6x+5 = x^2+3x$$

$$-9x = -5$$

$$x = \frac{5}{9} \quad \checkmark$$

Ответ: $\frac{5}{9}; 3$ +

№2

$$\sqrt{x-1} + \sqrt{3x+1} = 2$$

$$\text{ОДЗ: } x \geq 1 \quad \checkmark$$

$$\sqrt{x-1} + \sqrt{3x+1} = 2 \quad |^2$$

$$x-1 + 3x+1 + 2\sqrt{(x-1)(3x+1)} = 4 \quad \checkmark$$

$$4-4x = 2\sqrt{(x-1)(3x+1)}$$

$$2-2x = \sqrt{(x-1)(3x+1)} \quad |^2$$

$$(2-2x)^2 = (x-1)(3x+1)$$

ШИФР

228

$$4 - 8x + 4x^2 = 3x^2 + x - 3x - 1$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

$x_1 = 1$ по м. Виетта

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ x_1 \cdot x_2 = 5 \end{cases} \quad \checkmark$$

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = 5$$

Ответ:

1; 5

испр.
 изречь!

N3

$$\frac{2}{x+1} \geq \frac{3}{x+2}$$

$$\frac{2}{x+1} - \frac{3}{x+2} \geq 0$$

$$\frac{2(x+2) - 3(x+1)}{(x+1)(x+2)} \geq 0$$

$$\frac{2x+4-3x-3}{(x+1)(x+2)} \geq 0$$

$$\frac{1-x}{(x+1)(x+2)} \geq 0 \quad \checkmark$$



$$x \in (-\infty; -2) \cup (-1; 1]$$

Ответ: $x \in (-\infty; -2) \cup (-1; 1]$ ✓

ШИФР

228

$$\log_3 x + \log_9 x + \log_{27} x = \frac{11}{12} \quad \text{N4}$$

$$\log_3 x + \frac{1}{2} \log_3 x + \frac{1}{3} \log_3 x = \frac{11}{12} \quad \checkmark$$

$$\log_3 x = t$$

$$t + \frac{1}{2} t + \frac{1}{3} t = \frac{11}{12}$$

$$\frac{11}{6} t = \frac{11}{12}$$

$$t = \frac{1}{2} \quad \checkmark$$

Ответ: $t = \log_3 x$

$$\log_3 x = \frac{1}{2}$$

$$\log_3 x = \log_3 3^{\frac{1}{2}}$$

$$x = 3^{\frac{1}{2}}$$

удовлетворяет ОДЗ $x > 0$

Ответ: $3^{\frac{1}{2}} \quad \checkmark$

N5

$$8 \cdot 4^x + 1 \leq 6 \cdot 2^x$$

$$8 \cdot 2^{2x} + 1 \leq 6 \cdot 2^x$$

$$2^x = t \quad \checkmark$$

$$8t^2 + 1 - 6t \leq 0$$

$$\frac{D}{4} = 9 - 8 = 1 \quad \checkmark$$

$$t_{1,2} = \frac{3 \pm 1}{8}$$

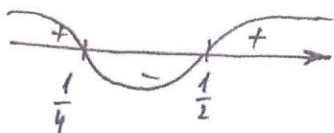
$$t_1 = \frac{3-1}{8} = \frac{1}{4}$$

$$t_2 = \frac{3+1}{8} = \frac{1}{2} \quad \checkmark$$

стр 3

ШИФР 228

$$(t - \frac{1}{4})(t - \frac{1}{2}) \leq 0$$



$$t \in [\frac{1}{4}; \frac{1}{2}] \quad \checkmark$$

от П $t = 2^x$

$$\frac{1}{4} \leq 2^x \leq \frac{1}{2}$$

$$2^x = \frac{1}{4}$$

$$x = -2$$

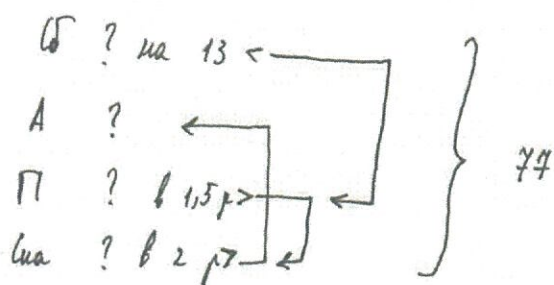
$$2^x = \frac{1}{2}$$

$$x = -1$$

$$x \in [-2; -1]$$

Ответ: $x \in [-2; -1] \quad \checkmark$

№6



1) пусть количество А кошек = x , тогда

Об $3x - 13$
 А x
 П $3x$
 Ма $2x$

77 $\checkmark$

ШИФР

228

$$2x + 3x + x + 3x - 13 = 74$$

$$9x = 90$$

$$x = 10 \quad (\text{шт}) \quad \text{ангорской породы}$$

$$2) \quad 2 \cdot 10 = 20 \quad (\text{шт}) \quad \text{шамской породы}$$

$$3) \quad 3 \cdot 10 = 30 \quad (\text{шт}) \quad \text{персидской породы}$$

$$4) \quad 3 \cdot 10 - 13 = 17 \quad (\text{шт})$$

Ответ: 10 - ангорской, ~~20~~²⁰ - шамской, 30 - персидской, 17 - сибирской.

$$\lg 2 \quad \lg(2^x - 1) \quad \lg(2^x + 1)$$

$$\text{ОДЗ: } x > 0$$

Возможно 2 случая:

$$1) \quad \lg(2^x - 1) \quad \lg 2 \quad \lg(2^x + 1)$$

$$2) \quad \lg 2 \quad \lg(2^x - 1) \quad \lg(2^x + 1)$$

1) В первом случае, очевидно, $x = 1$?

2) Преобразую 3 этих числа на $\frac{1}{\lg}$? , получу ряд:

$$2; \quad 2^x - 1; \quad 2^x + 1$$

т.к. последовательность - арифметическая прогрессия, разность прогрессии:

$$2^x - 1 - 2 = 2^x + 1 - 2^x + 1$$

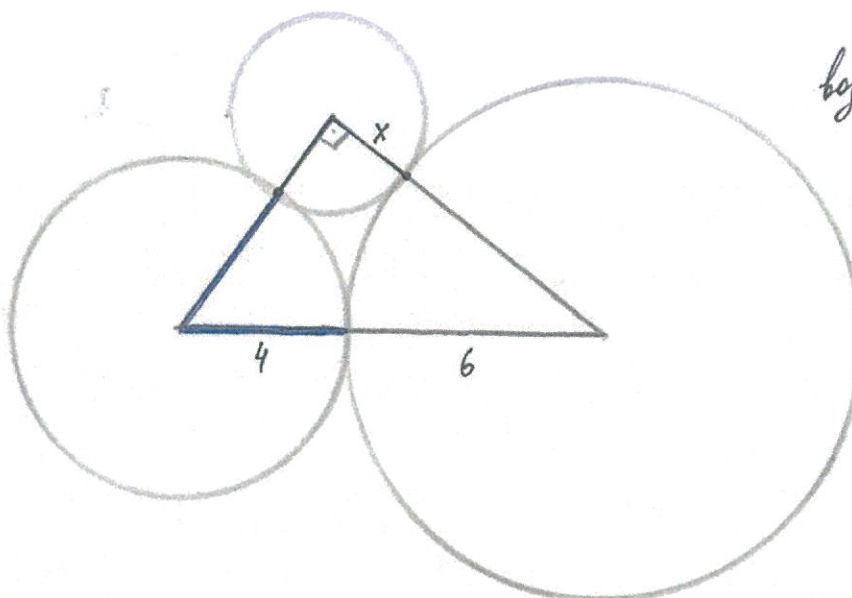
$$2^x - 3 = 2$$

$$2^x = 5$$

$$x = \log_2 5$$

Ответ: 1; $\log_2 5$

№8



Это единственно
 возможная конфигурация
 т.к. гипотенуза —
 наибольшая из сторон
 треугольника; она даст
 сумму из радиусов
 большей и средней
 окружности.

по т. Пифагора

$$(6+4)^2 = (6+x)^2 + (4+x)^2 \quad \checkmark$$

$$100 = 36 + 12x + x^2 + 16 + 8x + x^2$$

$$2x^2 + 20x - 48 = 0$$

$$x^2 + 10x - 24 = 0$$

по т. Виета:

$$x_1 + x_2 = -10$$

$$x_1 \cdot x_2 = -24 \quad \checkmark$$

$$x_1 = -12$$

$$x_2 = 2$$

не уг. суммы
задачи

Ответ: 2 $\checkmark$



№10

$$A = \sqrt[2]{\sqrt{5}+2} - \sqrt[3]{\sqrt{5}-2}$$

$$A = (\sqrt{5}+2)^{-\frac{1}{3}} - (\sqrt{5}-2)^{-\frac{1}{3}} = (\sqrt{5}+2 - \sqrt{5}-2)^{-1} (9 + 4\sqrt{5} + 1 + 9 - 4\sqrt{5})$$

$$= 4^{-1} \cdot 19^{-1}$$

$$A^3 + 3A = (19 \cdot 4)^{-3} + \frac{3}{19 \cdot 4} = \frac{\frac{1}{5776} + 3}{19 \cdot 4} = \frac{\frac{17329}{5776}}{19 \cdot 4} = \frac{17329}{5776 \cdot 76}$$

$$= \frac{17329}{438976}$$

№9

$$\begin{cases} x+y = \frac{\pi}{4} \\ \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y = \sqrt{3}(\sqrt{3}-2) \end{cases}$$

$$\operatorname{tg} x = 3 - 2\sqrt{3} - \operatorname{tg} y$$

$$\operatorname{arctg} x = \frac{1}{3 - 2\sqrt{3} - \operatorname{tg} y}$$

$$x = \frac{1}{3 - 2\sqrt{3} - \operatorname{tg} y}$$

$$\operatorname{arctg} y = \frac{3x-1}{3x-2\sqrt{3}x-1}$$

$$\frac{3x-1}{3x-2\sqrt{3}x-1} = \frac{\pi}{4}$$

$$\operatorname{arctg} y = \frac{1}{3 - 2\sqrt{3} - x}$$

$$x + \frac{1}{3 - 2\sqrt{3} - x} = \frac{\pi}{4}$$

$$x^2 - 3x + 2\sqrt{3}x - 1 = \frac{\pi}{4}x - \frac{\pi}{2}\sqrt{3} - \frac{3\pi}{4}$$

смп