

Задача 2.

$$\sqrt{b} \sqrt{(x^2-10x+25)} + \frac{\sqrt{b}}{(x^2-10x+25)} \leq \frac{1}{5} \cdot \sqrt[4]{b^3} \cdot \left| \ln \frac{\pi x}{10} \right|$$

$$\sqrt{b} \sqrt{(x-5)^2} + \frac{\sqrt{b}}{(x-5)^2} \leq \frac{1}{5} \cdot \sqrt[4]{b^3} \cdot \left| \ln \frac{\pi x}{10} \right|$$

$$\frac{(\sqrt{b} \sqrt{(x-5)^4} + \sqrt{b}) \cdot 5}{(x-5)^2 \cdot \sqrt[4]{b^3}} \leq \left| \ln \frac{\pi x}{10} \right|$$

DD3. $x^2-10x+25 \neq 0$
 $(x-5)^2 \neq 0$
 $x \neq 5$

$$-1 \leq \ln \frac{\pi x}{10} \leq 1 \Rightarrow \left| \ln \frac{\pi x}{10} \right| \leq 1$$

A

Если $A > 1$, то $x \in \emptyset$

Если $A \leq 1$, то решений есть

$$\Rightarrow \frac{(\sqrt{b} \sqrt{(x-5)^4} + \sqrt{b}) \cdot 5}{(x-5)^2 \cdot \sqrt[4]{b^3}} \leq 1$$

$$\frac{(\sqrt{b} \sqrt{(x-5)^4} + \sqrt{b}) \cdot 5}{(x-5)^2 \cdot \sqrt[4]{b^3}} - 1 \leq 0$$

$$\frac{5\sqrt[4]{b^3} \sqrt{(x-5)^4} + 5\sqrt{b}}{(x-5)^2 \cdot \sqrt[4]{b^3}} - 1 \leq 0 \Rightarrow \frac{5\sqrt{b} \sqrt{(x-5)^4} + 5\sqrt[4]{b^3} - (x-5)^2}{(x-5)^2} \leq 0$$

Пусть $(x-5)^2 = t$: $\frac{5\sqrt{b} t^2 + 5\sqrt[4]{b^3} - t}{5\sqrt{b} t^2 - t + 5\sqrt[4]{b^3}} \leq 0$

$$D = 1 - 4 \cdot 5 \cdot 5\sqrt{b} \cdot \sqrt[4]{b^3} = 1 - 100\sqrt[4]{b^3}$$

$$t_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 100\sqrt[4]{b^3}}}{20\sqrt{b}}$$

$b = ?$ $\pm$ 55

$$\frac{1 - \sqrt{1 - 100\sqrt[4]{b^3}}}{20\sqrt{b}} \quad \frac{1 + \sqrt{1 - 100\sqrt[4]{b^3}}}{20\sqrt{b}}$$

Поскольку $\sqrt[4]{b^3} < 1$, то $1 - 100\sqrt[4]{b^3} > 0$

решения есть при $(x-5)^2 \in \left[\frac{1 - \sqrt{1 - 100\sqrt[4]{b^3}}}{20\sqrt{b}}, \frac{1 + \sqrt{1 - 100\sqrt[4]{b^3}}}{20\sqrt{b}} \right]$

Ответ:

и каждое из при $\frac{1 + \sqrt{1 - 100\sqrt[4]{b^3}}}{20\sqrt{b}} = (x-5)^2$

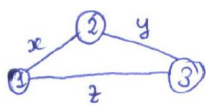


Класс 10 Вариант 41 Дата Олимпиады 19.02.2022г

Площадка написания _____

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка		5	5		10						20	Двадцать	Хайбуллин Р.А. <i>Р.А.</i>

Задача 5



$$\begin{cases} x+y=4z \\ z+y=85-x \\ x+z=85 \end{cases} \quad \begin{matrix} a \\ \uparrow \\ x+5 \end{matrix} \quad \begin{cases} 85-z+y=4z \\ z+y=85-z+5 \\ x=85-z \end{cases} \quad \begin{cases} 85=5z-y \\ 2z+y=90 \\ x=85-z \end{cases}$$

$$\Rightarrow 7z=175$$

$$z=25 \Rightarrow x=85-25=60$$

$$y=5z-85=5 \cdot 25-85=40$$

$$\Rightarrow \text{расстояние между } 1 \text{ и } 2 = 60$$

$$\text{расстояние между } 2 \text{ и } 3 = 40$$

$$\text{расстояние между } 1 \text{ и } 3 = 25$$

По неравенству треугольника:

$$\begin{cases} x+y > z \\ y+z > x \\ x+z > y \end{cases}$$

, т.к. $x+z=85$, то $y < 85$

$$\begin{cases} x+y=4z \\ z+y=x+a \\ x+z=85 \end{cases}$$

Ответ:

расст. м/у 1 и 2 = 60

расст. м/у 2 и 3 = 40

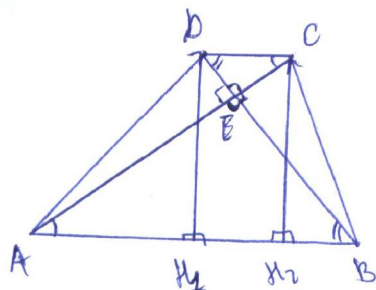
расст. м/у 1 и 3 = 25

$a > 0$

105



Задача 3



Дано:

$$BC = 6$$

$$AB = 367$$

$$AC \cap BD = E$$

$$AP \cdot BC = ?$$

Проведем $BH_1 \perp AC$ и $CH_2 \perp AB$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = AH_1 \cdot BH_1 + (-BH_1 \cdot H_1C) =$$

$$= BH_1(AH_1 - BH_1), \text{ т.к. } BH_1 = CH_2 = h$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = h(AB - H_1H_2 - H_2B - BH_1) =$$

$$= h(367 - BC - 2H_2B) = h(367 - 6 - 2H_2B) =$$

$$= h(361 - 2H_2B)$$

$$\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BC} = h(AH_1 - AB + AH_1 + H_1H_2) =$$

$$= h(AH_1 - 367 + AH_1 + 6) =$$

$$= h(2AH_1 - 361) \quad ?$$

$\triangle DHE \sim \triangle BHA$ по-м-м-м

$$\frac{DC}{AB} = \frac{DE}{BE} = \frac{EC}{EA} = \frac{6}{367}$$

$$\text{и } DC^2 = 6^2 = DE^2 + EC^2$$

$$AB^2 = 367^2 = AE^2 + EB^2$$

$$h^2 = AD^2 - AH_1^2 = BC^2 - BH_1^2$$

55