ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания
Уфимский государственный нефтяной технический университет

Шифр 93863 Класс 10

Вариант 42 Дата 19.02.2022

Задание 2.

$$m\sqrt{m}(x-3)^2+\frac{\sqrt{m}}{(x-3)^2}\le m^{\frac{3}{4}}\cdot\left|\cos\frac{\pi x}{5}\right|$$

$$m^{\frac{3}{2}}(x-3)^2+\frac{m^{\frac{1}{2}}}{(x-3)^2}\le m^{\frac{3}{4}}\cdot\left|\cos\frac{\pi x}{5}\right| \quad \left|\cos\frac{\pi x}{5}\right|=\frac{1}{5} \quad \Big|:m^{\frac{3}{4}}$$

$$m^{\frac{3}{4}}(x-3)^2+\frac{1}{m^{\frac{1}{4}}(x-3)^2}\le\frac{1}{5}$$

$$\frac{m(x-3)^4+1}{m^{\frac{1}{4}}(x-3)^2}\le 0{,}2$$

$$m(x-3)^4+1\le 0{,}2m^{\frac{1}{4}}(x-3)^2$$

$$m(x-3)^4-0{,}2m^{\frac{1}{4}}(x-3)^2\le 1$$

$$(x-3)^2\left(m^{\frac{1}{4}}\cdot 0{,}2+m(x-3)\right)\le 1$$

25

наибольшее значение параметра $m=0$

Ответ: 0

Задание 1.

$$x^6-2022x^2-\sqrt{2021}=0$$

$$x^{12}-4044x^8+2022\cdot 2022x^4=2021$$

$x^4=t$

$$t^3-4044t^2+2022\cdot 2022t-2021=0$$

$$t^3-2022t^2-2022t^2+2022\cdot 2022t-2021=0$$

$$\underbrace{x^6-2022x^2}_{>0}>\sqrt{2021}$$

$$x^2(x^4-2022)>0$$

$$x^2\left(x-\sqrt[4]{2022}\right)\left(x+\sqrt[4]{2022}\right)>0$$

$-\sqrt[4]{2022}$ (−) 0 (+) $\sqrt[4]{2022}$ (−) (+)

$x\in\left(-\sqrt[4]{2022};0\right)\cup\left(\sqrt[4]{2022};+\infty\right)$

Продолжим решение в общем виде:

$$\begin{cases} x+y=22 \\ z+y=x+a \\ x+z=75 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=75-z=75-30-\frac{a}{5}=45-\frac{a}{5} \\ z=\frac{150+a}{5}=30+\frac{a}{5} \\ y=15+\frac{3a}{5} \end{cases} \quad \left(y=60+\frac{2a}{5}-75+30+\frac{a}{5}=15+\frac{3a}{5}\right)$$

указанное в задаче расположение возможно при любых a, когда

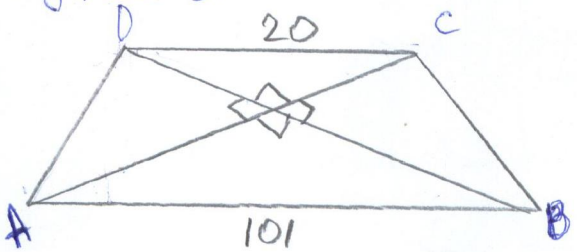
$$\begin{cases} x>0 \\ y>0 \\ z>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 45-\frac{a}{5}>0 \\ 30+\frac{a}{5}>0 \\ 15+\frac{3a}{5}>0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} +\frac{a}{5}<45 \\ \frac{a}{5}>-30 \\ 3a>-75 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a<225 \\ a>-150 \\ a>-25 \end{cases} \Leftrightarrow a\in(-25;225)$$

105 +

Ответ: $a\in(-25;225)$; при $a=15$: расстояния равны: 24, 33, 42

Задание 3.



Найти: $AD\cdot CB\cdot\cos(\overset{\frown}{AD};\overset{\frown}{CB})$

— 0б

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания
Уфимский государственный нефтяной технический университет

Шифр 93863 Класс 10

Вариант 42 Дата 19.02.2022

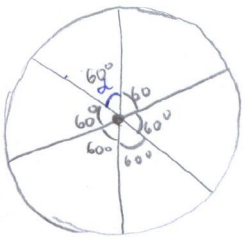
Заполняется проверяющим строго по образцу

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	2		1	0					

Образец заполнения: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Оценка цифрами: 26 Оценка прописью: Двадцать шесть Подпись: Хайбуллин Р.Я.

Задание 4



1) т.к. все 6 секторов равны $\angle\alpha = \frac{360^\circ}{60^\circ} = 60^\circ$ и равен другим 5 углам

Рассмотрим случаи, как геологи могут пойти:

I случай: если они идут по соседним дорогам (таких вариантов 6)

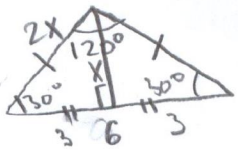
• Тогда расстояние между ними можно посчитать, как сторону треугольника а

• Т.к. оба геолога идут с одинаковой скоростью Δ будет р/б, а угол р/б $\Delta = 60^\circ \Rightarrow \Delta$ будет р/ст $a \geqslant 6 \Rightarrow$ за час оба геолога должны пройти $\geqslant 6$ км, что невозможно $\Rightarrow$ $p = 0$



II случай: если пойдут по дорогам через одну (таких вариантов 6)

• Тогда S м/у ними можно посчитать по такому р/б Δ:



т. Пифагора:

$x^2 + 9 = 4x^2$

$3x^2 = 9$

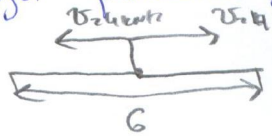
$\begin{cases} x_1 = -\sqrt{3} \text{ - не уд.} \\ x_2 = \sqrt{3} \Rightarrow \text{каждый геолог должен пройти } 2x = 2\sqrt{3}, \text{ что меньше } 4 \ (\sqrt{12} < \sqrt{16}) \end{cases}$

⇓

II случай подходит

III случай: если пойдут через 2 дороги (6 таких вариантов)

. тогда ~~расстояние~~ угол между ними будет 180°



за час они пройдут $S = (25+25) \cdot 1 = 8\text{км} > 6$

$\Downarrow$

3 случай подходит

IV случай: если пойдут по одной дороге (6 вариантов):

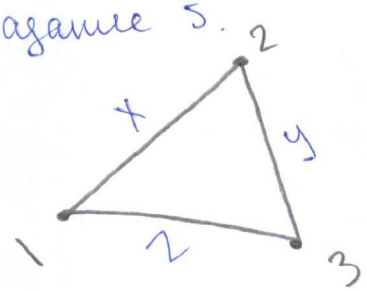
Очевидно, что S между ними всегда будет $= 0$, т.к. они идут с одной скоростью $\Rightarrow$ случай не подходит

Итого: из 24 вариантов подходят ровно 12 $\Rightarrow$

$P = \frac{12}{24} = 0,5$ ~~(+)~~ ~~146~~ 146

Ответ: 0,5

Задание 5.



По условию:

$$\begin{cases} x+y=27 \\ z+y=x+a \\ x+z=75 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=75-z \\ 3z-y=75 \ (1) \\ 2z+y=75+a \ (2) \end{cases}$$

сложим (1) и (2):

$5z = 150+a$

для $a=15$:

1) $5z = 150+a$, $z = \frac{150+15}{5} = 33$
2) $x+z=75$, $x = 75-z = 75-33 = 42$
3) $z+y=x+15$, $y = x+15-z = 42+15-33 = 24$