ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполняйте номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания
Национальный исследовательский Томский политехнический университет (Физика, Математика)

Шифр 89237 Класс 11

Вариант 41 Дата 19.02.2022

Заполняется проверяющим строго по образцу

Образец заполнения: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3			20	20					

Оценка цифрами: 43

Оценка прописью: сорок три

Подпись

1) $x^6 - 2022x^2 + \sqrt{2021} = 0$

~~$x^6 - 2022x^2 =$~~

$\sqrt{2021} = 2022x^2 - x^6 \quad | \wedge 2$

$2021 = 2022^2 x^4 - 4044 \cdot x^8 + x^{12}$

$x^{12} - 4044 \cdot x^8 + 2022^2 \cdot x^4 - 2021 = 0$

Введем замену: $x^4 = t$; $t \geq 0$

$t^3 - 4044t^2 + 2022^2 t - 2021 = 0$

Заметим: ~~[illegible]~~ $t = 2021$ является корнем уравнения

Тогда:

$$\begin{array}{rl|l}
- & t^3 - 4044t^2 + 2022^2 t - 2021 & t - 2021 \\
 & t^3 - 2021t^2 & \overline{t^2 - 2023t + 1} \\
\hline
- & -2023t^2 + 2022^2 t & \\
 & -2023t^2 + 2021 \cdot 2023\, t & \\
\hline
- & t - 2021 & \\
 & t - 2021 & \\
\hline
 & 0 &
\end{array}$$

можно записать: уравнение в виде:

$(t - 2021)(t^2 - 2023t + 1) = 0$

при этом должны соблюдаться следующие условия:

$$\begin{cases} b+m>c \\ b+c>m \\ c+m>b \end{cases} \quad (6)$$

Из ③ $b=85-m$ (4)

подставим в ①

$4m=85-m+c$

$5m=85+c$

$c=5m-85$ (5)

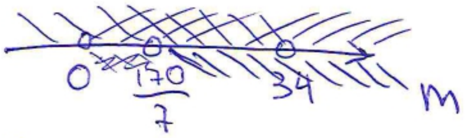
подставим (4) и (5) в ②

$m+5m-85=85-m+a$

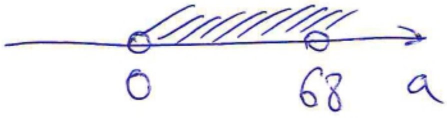
$a=7m-170$

Решим (6) для m

$$\begin{cases} 85-\cancel{m}+\cancel{m}>5m-85 \\ \cancel{85}-m+5m-\cancel{85}>m \\ 5m-85+m>85-m \end{cases} = \begin{cases} 8\cdot m<34 \\ m>0 \\ m>\frac{170}{7} \end{cases}$$



~~Реш~~ Тогда для a:



$a\in(0;68)$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания
Национальный исследовательский Томский политехнический университет (Физика, Математика)

Шифр 89237 Класс 11

Вариант 41 Дата 19.02.2022

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} ① \ t-2021=0 \\ ② \ t^2-2023t+1=0 \end{array}\right. \\ t\geq 0 \end{cases} = \begin{cases} \left[\begin{array}{l} t=2021 \\ t_{1,2}=\frac{2023\pm 45\sqrt{2021}}{2} \end{array}\right. \\ t\geq 0 \end{cases} = \left[\begin{array}{l} t=2021 \\ t_{1,2}=\frac{2023\pm 45\sqrt{2021}}{2} \end{array}\right.$$

② $t^2-2023t+1=0$

$D=2023^2-4=4092525 \quad \sqrt{D}=45\sqrt{2021}$

$$t_1=\frac{2023+45\sqrt{2021}}{2}$$

$$t_2=\frac{2023-45\sqrt{2021}}{2}$$

3б

Сравним: $2023 \vee 45\sqrt{2021}$

$$\sqrt{4092529} \vee \sqrt{4092525}$$

$$2023>45\sqrt{2021} \Rightarrow \frac{2023-45\sqrt{2021}}{2}>0$$

Вернемся к замене:

$x^4=2021$ $\qquad$ $x^4=\frac{2023\pm 45\sqrt{2021}}{2}$

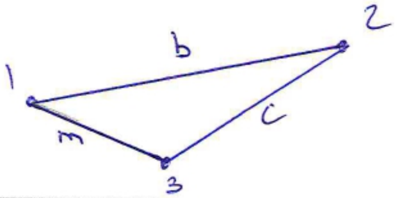
$x=\pm\sqrt[4]{2021}$ $\qquad$ $x=\pm\sqrt[④]{\frac{2023\pm 45\sqrt{2021}}{2}}$ ✓

Появились лишние корни.

Сделать надо проверку, т.к. возводили в квадрат!

Задание 5.

Пусть расстояние между 1 и 2 $=b$, между 2 и 3 $=c$, между 1 и 3 $=m$.



$$\begin{cases} ① \ 4m=b+c \\ ② \ m+c=b+a \\ ③ \ b+m=85 \end{cases}$$ – из условия

При $a=5$:

$7m = 5+170$

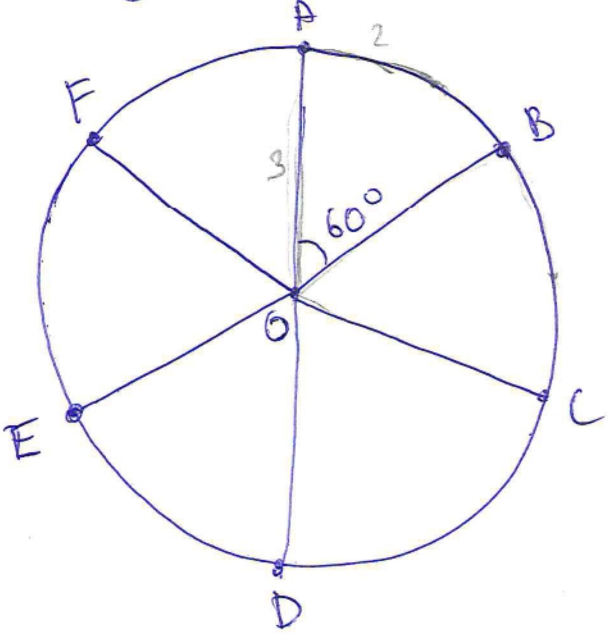
$m = 25.$

$b = 85-25 = 60$

$c = 5(25-17) = 40$

20б.

Задание 4.



За 1 час каждый пройдет по 5 км.

Пусть первый геолог пошел по AO, ~~тогда если второй~~ а расстояние между ними $= l$, тогда, если второй пошел по:

- AO, $l=0$
- BO, $l=5$
- CO, $l=5\sqrt{3}$ (>8)
- OD $\Rightarrow l=10$
- OE, $l=5\sqrt{3}$
- OF; $l=5$, благоприятных случаев 3, тогда вероятность равна: $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}=0{,}5$.

20б.