

Класс 11 Вариант 12 Дата Олимпиады 08.02.2020

Площадка написания МГТУ им. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	—	6	15	3	10	20					54	пятьдесят четыре	Кем...

Задача 1.3

$$(\cos 2\pi x + 7\sin \pi x + 3) \cdot \log_2(12x - 5 - 4x^2) = 0$$

ОДЗ:

$$12x - 5 - 4x^2 > 0 ; 4x^2 - 12x + 5 < 0 ; x \in (0,5; 2,5)$$

$$\begin{cases} \cos 2\pi x + 7\sin \pi x + 3 = 0 \\ \log_2(12x - 5 - 4x^2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 2\sin^2 \pi x + 7\sin \pi x + 3 = 0 \text{ (a)} \\ 12x - 5 - 4x^2 = 1 \text{ (б)} \end{cases}$$

$$(a) -2\sin^2 \pi x + 7\sin \pi x + 4 = 0$$

$$2\sin^2 \pi x - 7\sin \pi x - 4 = 0$$

$$D = 49 + 32 = 81$$

$$\sin \pi x = \frac{7 \pm 9}{4} \Rightarrow \begin{cases} \sin \pi x = \frac{16}{4} - \text{невозможно т.к. } -1 \leq \sin \pi x \leq 1 \\ \sin \pi x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin \pi x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \pi x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z} \\ \pi x = \frac{7\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{6} + 2m, m \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{7}{6} + 2n, n \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{11}{6} \\ x = \frac{7}{6} \end{cases} \quad (\text{совмещено с ОДЗ})$$

Класс 11 Вариант 12 Дата Олимпиады 08.02.2020

Площадка написания МГТУ им. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка													

$$(8) \log_2(12x - 5 - 4x^2) = 0$$

$$12x - 5 - 4x^2 = 1$$

$$4x^2 - 12x + 6 = 0 \quad | :2$$

$$2x^2 - 6x + 3 = 0$$

$$D = 6^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 0$$

$$D = 0 \Rightarrow x = 1.5$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3 + \sqrt{3}}{2} \\ x = \frac{3 - \sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

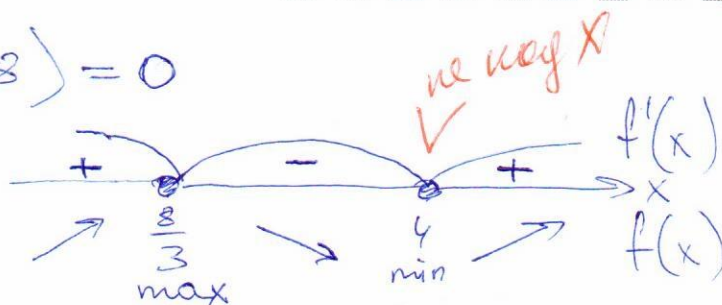
Σ - сумма корней.

$$\Sigma = \frac{3 + \sqrt{3}}{2} + \frac{3 - \sqrt{3}}{2} + \frac{11}{6} + \frac{7}{6} = \frac{6}{2} + \frac{18}{6} = 3 + 3 = 6$$

Ответ: 6

$$(x-4)(3x-8)=0$$

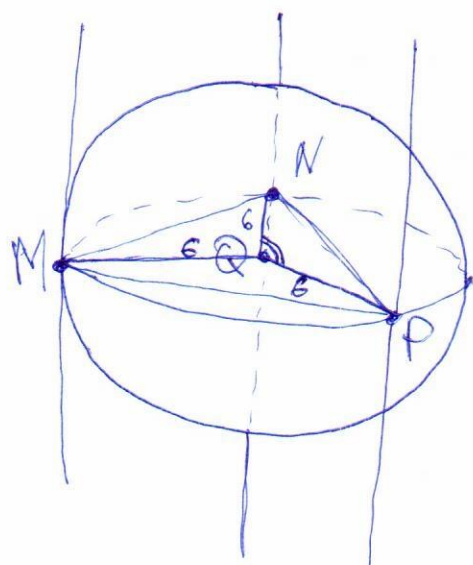
$$\begin{cases} x=4 \\ x=\frac{8}{3} \end{cases}$$



$$y_{\min} = y(4) = \sqrt{(4-3)^2 + 1} + \sqrt{(4-2)^2 + 4} =$$

$$= \sqrt{2} + \sqrt{8} = \sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \quad (20)$$

Ответ: ~~3√2~~ √10



$$18 \cdot \sin \angle NQP = 9$$

$$\sin \angle NQP = \frac{1}{2} ; \angle NQP = 30^\circ \text{ или } 150^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle NMP = 30^\circ \text{ или } 150^\circ, \text{ т.к. } \angle NQP - \text{центральный угол.}$$

$$\angle NMP = \frac{1}{2} \angle NQP \Rightarrow \angle NMP = 15^\circ \text{ или } 75^\circ$$

Ответ: 15° или 75°

(10)

выскажи,
уточни условие!

Задача 2
 k - кол-во всех студентов
 x - кол-во "сдавших"
 y - кол-во "несдавших"

$$k = x + y$$

По условию:

$$\begin{cases} \frac{5}{100}x < 15 < \frac{6}{100}x \\ \frac{1}{8}k + \frac{3}{5}k + 15 = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (250; 300) \\ \frac{1}{8}x + \frac{1}{8}y + \frac{3}{5}x + \frac{3}{5}y + 15 = x(a) \end{cases}$$

$$(a) \frac{29}{40}y + 15 = \frac{11}{40}x$$

$$x = \frac{29y + 600}{11}$$

$$\frac{29y + 600}{11} < 300$$

$$\frac{29y + 600}{11} > 250$$

$$\begin{cases} x > \frac{29 \cdot 75 + 600}{11} \\ x < \frac{29 \cdot 96 + 600}{11} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y < 96, \dots \\ y > 74, \dots \end{cases}$$

$$\begin{cases} y < 96, \dots \\ y > 74, \dots \end{cases}$$

$$x > 197, \dots$$

$$x < 253, \dots$$

$x \in (250; 253]$ - числа подходящие так как: 251, 252, 253

Ответ: 251, 252, 253.

Задача 6

$$y = \sqrt{(x-3)^2 + 1} + \sqrt{(x-2)^2 + 4}$$

Решение:

$$\begin{cases} (x-3)^2 + 1 \geq 0 \\ (x-2)^2 + 4 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x \in \mathbb{R}$$

$$y' = \frac{2(x-3)}{2\sqrt{(x-3)^2 + 1}} + \frac{2(x-2)}{2\sqrt{(x-2)^2 + 4}}$$

$$y' = 0$$

$$\frac{(x-3)}{\sqrt{(x-3)^2 + 1}} + \frac{(x-2)}{\sqrt{(x-2)^2 + 4}} = 0$$

$$\frac{(x-3)}{\sqrt{(x-3)^2 + 1}} = - \frac{(x-2)}{\sqrt{(x-2)^2 + 4}}$$

$$\frac{x-3}{x-2} < 0 !$$

$$(x-3)\sqrt{(x-2)^2 + 4} = (2-x)\sqrt{(x-3)^2 + 1}$$

$$(x-3)^2 \cdot ((x-2)^2 + 4) = (2-x)^2 ((x-3)^2 + 1)$$

$$\text{так } (2-x)^2 = (x-2)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x-3)^2 \cdot \cancel{(x-2)^2} + 4(x-3)^2 = (x-2)^2 \cdot \cancel{(x-3)^2} + (x-2)^2$$

$$4(x-3)^2 - (x-2)^2 = 0$$

$$(2(x-3) - x + 2)(2(x-3) + x - 2) = 0$$

$$(2x - 6 - x + 2)(2x - 6 + x - 2) = 0$$