



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Казанский национальный исследовательский технологический университет (Математика)

Шифр 96993 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022



Заполняется проверяющим строго по образцу

Образец заполнения: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
0	5	0	0	1	5	0	5	0	0

Оценка цифрами

Оценка прописью

Подпись

0	4	0	сокок						
---	---	---	-------	--	--	--	--	--	--

~~Задание 1. Пусть $x^3 = t$, тогда~~

~~$$t^3 - 2022t + \sqrt{2021} = 0$$~~

~~$$\frac{D}{4} = 1011^2 - \sqrt{2021} > 0$$~~

~~$$t_{1,2} = 1011 \pm \sqrt{1011^2 - \sqrt{2021}}$$~~

~~$$\begin{aligned} \Rightarrow x^3 &= 1011 + \sqrt{1011^2 - \sqrt{2021}} \\ x^3 &= 1011 - \sqrt{1011^2 - \sqrt{2021}} \end{aligned}$$~~

~~$$\Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt[3]{1011 + \sqrt{1011^2 - \sqrt{2021}}} \\ x = \sqrt[3]{1011 - \sqrt{1011^2 - \sqrt{2021}}} \end{cases}$$~~

Задание 1. Пусть $x^3 = t$, тогда

$$t^3 - 2022t + \sqrt{2021} = 0$$

Подставим $t = \sqrt{2021}$:

$$(\sqrt{2021})^3 - 2022\sqrt{2021} + \sqrt{2021} =$$

$$= 2021\sqrt{2021} - 2021\sqrt{2021} = 0$$

$\Rightarrow t = \sqrt{2021}$ - корень (при t -ном уравнении)



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Казанский национальный исследовательский
технологический университет (Математика)

Шифр 96993 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022



Заг 5.

акция тринефти = t

акция двенефти = d

-/- рознефти = e

пакет тринефти = $p_1 t = T$

-/- двенефти = $p_2 d = D$

-/- рознефти = $p_3 e = R$

По усл. $\begin{cases} R + D = T \\ 4D = R \end{cases}$ и $\begin{cases} 16 < e - d < 20 \\ 42 < t < 60 \end{cases}$

Надо найти:

$$\frac{D}{R + T + D} = x$$

$\max(x)$
и $\min(x)$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c = a(bc)$ $E = mc^2$ $\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} = \frac{1}{n}$

Площадка написания

Казанский национальный исследовательский
технологический университет (Математика)

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр 96993 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022



Задача 2. Пусть $x = \frac{1}{2}$, тогда

$$f\left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) f\left(1 - \frac{1}{2}\right) = 1$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \quad (\text{орисмен} = \text{значения})$$

~~функция~~ $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \in f(x)$

Заметим:

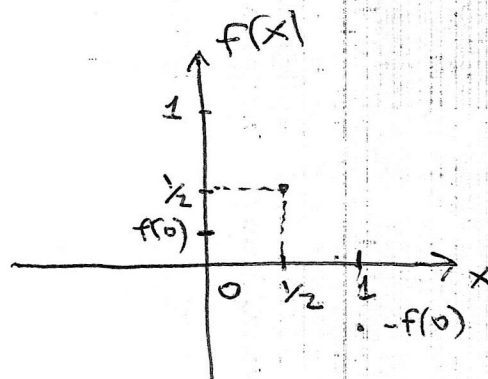
$$f(0) + \frac{1}{2} f(1) = 1$$

$$f(1) + \frac{3}{2} f(0) = 1$$

$$\frac{1}{2} f(0) + \frac{1}{2} f(1) = 0$$

$$f(0) + f(1) = 0$$

если $f(0) > 0$, то $f(x)$, $x \in \left(\frac{1}{2}; 1\right)$ отрицательна
и ноль.





$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Казанский национальный исследовательский
технологический университет (Математика)

Шифр 96993 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022



Задание 4. $1 \text{ м} = 100 \text{ см}$

На ~~трубе~~ газовой трубе мы определяем
два места, где прожовела.

т.е. выбираем два расстояния несо-
падающих от начала трубы. Выбор
места прожовление равновероятны. ~~Вероят-~~
~~ность прожовление = 1 см~~ Вероятность
выбрать точку прожовление
 $= \frac{1}{100}$. Одна точка $= 1 \text{ см}$.

Пусть две точки прожове-
 x, y, z ния разделили трубу на
три отрезка, равными x, y, z .

По условию:
$$\begin{cases} x, y, z > 25 \\ x + y + z = 100 \end{cases}$$

$$26 \leq x \leq 48$$

$$p(x) = \frac{48 - 26}{100} = \frac{12}{100}$$

Если $x = 48$, то $y = 26$ $z = 26$
Зная x и y , то мы точно опреде-
ляем z , $\Rightarrow$ нужно рассмотреть все
выборы (x, y) , подходящие под
условия.

$$\approx \frac{12}{100} \cdot \frac{12}{100} = \frac{144}{10000} = 0,0144$$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Казанский национальный исследовательский
технологический университет (Математика)

Шифр 96993 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022



Заг 6. продолжение

$$S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 48 = 12\sqrt{3}$$

$$V_{ABCA'B'C'} = h \cdot S_{ABC} = CC' \cdot S_{ABC} = \\ = \frac{\sqrt{201} \cdot 3}{2} \cdot 12\sqrt{3} = 18\sqrt{601}$$

$$C'C = OH \cdot \frac{3}{2}, \text{ т.к. } \triangle OHC \sim \triangle C'C'C$$

мы знаем, что H - центр $\Rightarrow$

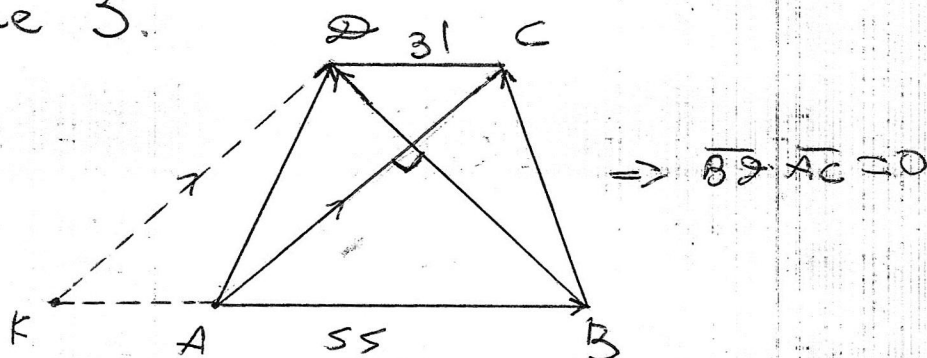
$$\frac{C'H}{HC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{HC}{C'C} = \frac{2}{3} = k = \frac{OH}{C'C'}$$

$$\Rightarrow \frac{C'C'}{OH} = \frac{1}{k} = \frac{3}{2}$$

ОТВЕТ: $18\sqrt{601}$



Задача 3.



$$\begin{aligned} \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} &= (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD})(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = \\ &= \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{AC} = \\ &= -AB^2 + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = -55^2 + \overrightarrow{AB}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}) \end{aligned}$$

Но прямой AB за точку A отложим
точку K, причём $KA = 31$. $KD \parallel AC$, т.к.
 $KDCA$ - параллелограмм. $KD = AC$
 $KD \parallel AC \Rightarrow \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{KD}$

$$\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{KD} + \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{KB} = \overrightarrow{KA} \perp \overrightarrow{AB}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow -55^2 + \overrightarrow{AB}(\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{AB}) &= \overrightarrow{AB}^2 + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{KA} - 55^2 = \\ &= \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{KA} = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{KA}| \cdot \cos \angle(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{KA}) = \\ &= 55 \cdot 31 \cdot \cos 90^\circ = 55 \cdot 31 = 1705 \end{aligned}$$

ОТВЕТ: 1705.



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Казанский национальный исследовательский
технологический университет (Математика)

Шифр

96993 Класс

11

Вариант 21

Дата

19.02.2022



Заг. 1 продолжение:

$$\begin{array}{r|l} t^3 - 2022t + \sqrt{2021} & t - \sqrt{2021} \\ - t^3 - \sqrt{2021}t^2 & \\ \hline + \sqrt{2021}t^2 - 2022t & \\ - \sqrt{2021}t^2 - 2021t & \\ \hline - t + \sqrt{2021} & \\ - t + \sqrt{2021} & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\Rightarrow t^3 - 2022t + \sqrt{2021} = (t - \sqrt{2021})(t^2 + \sqrt{2021}t - 1)$$

Разложим $t^2 + \sqrt{2021}t - 1$:

$$D = 2021 + 4 \cdot 1 = 2025 = 45^2$$

$$t_{1,2} = \frac{-\sqrt{2021} \pm 45}{2}$$

$$\Rightarrow t^2 + \sqrt{2021}t - 1 = \left(t + \frac{\sqrt{2021} + 45}{2}\right)\left(t + \frac{\sqrt{2021} - 45}{2}\right)$$

$$\Rightarrow (t - \sqrt{2021})\left(t + \frac{\sqrt{2021} + 45}{2}\right)\left(t + \frac{\sqrt{2021} - 45}{2}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = \sqrt{2021} \\ t = -\frac{\sqrt{2021} - 45}{2} \\ t = -\frac{\sqrt{2021} + 45}{2} \end{cases} \quad t = x^3 \quad \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 = \sqrt{2021} \\ x^3 = -\frac{\sqrt{2021} - 45}{2} \\ x^3 = -\frac{\sqrt{2021} + 45}{2} \end{cases} \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt[3]{2021} \\ x = \sqrt[3]{-\frac{\sqrt{2021} - 45}{2}} \\ x = \sqrt[3]{-\frac{\sqrt{2021} + 45}{2}} \end{cases} \quad - \text{OFBET}$$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

$E = mc^2$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Казанский национальный исследовательский
технологический университет (Математика)

Шифр

96993 Класс

11

Вариант 21

Дата

19.02.2022



Задача 6. продолжение.

$$HC = R_{\Sigma} = \frac{x}{\sqrt{3}}$$

$$OH = \sqrt{36 - \frac{x^2}{3}} = \sqrt{\frac{108 - x^2}{3}}$$

$$DD' = 2OH = 2\sqrt{\frac{108 - x^2}{3}}$$

$$C'D' = \frac{2}{\sqrt{3}}x - \frac{\sqrt{3}}{2}x = \frac{x}{2\sqrt{3}}$$

$$C'D = \sqrt{16.6 - \frac{x^2}{4}}$$

$$C'D'^2 + DD'^2 = DC'^2$$

$$\frac{x^2}{9 \cdot 3} + 4\left(\frac{108 - x^2}{3}\right) = 16.6 - \frac{x^2}{4}$$

$$\frac{x^2}{12} + \frac{3x^2}{12} = \frac{432 - 9x^2}{3} - 16.6$$

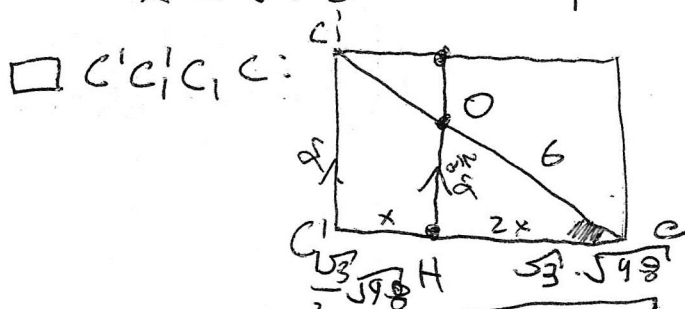
$$\frac{4x^2}{12 \cdot 3} = \frac{932 - 3x^2}{3}$$

$$144 - x^2 = 16.6$$

$$144 - 96 = x^2$$

$$x^2 = 48$$

$$x = \sqrt{48} - \text{сторона } BC$$



$$C_1C = OH \cdot \frac{3}{2} = \sqrt{\frac{108 - 48}{3}} \cdot \frac{3}{2} = \frac{\sqrt{20} \cdot 3}{2}$$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$

$$\frac{1}{n} + \frac{1}{n} = \frac{1}{n}$$

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Казанский национальный исследовательский
технологический университет (Математика)

Шифр 96993 Класс

11

Вариант 21 Дата 19.02.2022

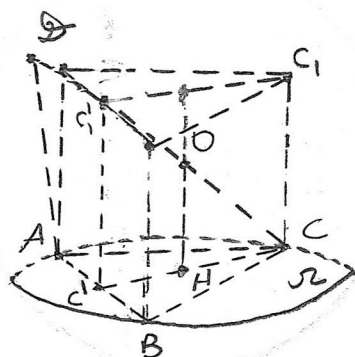


Задание 6. Рассмотрим круг сферы, где лежит $\triangle ABC$. Назовём его ω . Пусть центр сферы будет O . $\rho(O, B) = \rho(O, C) = \rho(O, A) \Rightarrow$

$\Rightarrow$ ~~тело~~ пирамида

$OABC$ - правильная

$\Rightarrow$ Высота HO
из точки O
упадёт в
центр H .



$H \in BC$, (середина из точки C)

Пусть C_1 - середина. Пусть $BC = x$

$$\text{тогда } CC_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}x \quad R_{\omega} = \frac{x}{\sqrt{3}}$$

$$D \in (OCC_1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho(D, A) =$$

$$= \rho(D, B)$$

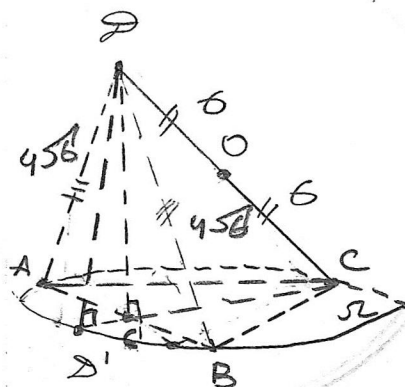
$$\Rightarrow AD =$$

$$= BD = 4\sqrt{6}$$

$$BC = \frac{x}{2}$$

$$DC = \sqrt{16 \cdot 6 - \frac{x^2}{4}}$$

$CC_1 \cap \omega = C$ и $D' \Rightarrow DD' \perp \omega$, т.к.
 $DD' \parallel OH$ (т. Фалеса)





ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

$$E = mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Казанский национальный исследовательский
технологический университет (Математика)

Шифр

96993 Класс

11

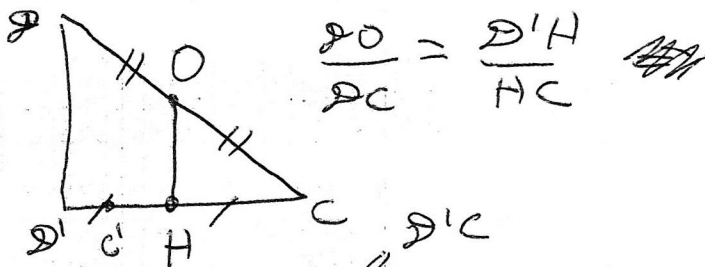
Вариант 21

Дата

19.02.2022



Задание 6 продолжение.



$$D'C' = 2R \sin \angle C' = \frac{2x}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{2}x = \frac{4x - 3x}{\sqrt{3}} = \frac{x}{\sqrt{3}}$$

$$\Delta D'C'D': D'D' = \sqrt{D'C'^2 - D'C'^2} = \sqrt{\frac{3 \cdot \frac{x^2}{3} - \frac{x^2}{3}}{3}} = \sqrt{\frac{4(4 \cdot 3^2 - x^2)}{3}}$$

$$\Delta D'C'D': D'D'^2 = D'C'^2 + D'C'^2 = \frac{2(108 - x^2)}{3}$$

$$= \frac{16 \cdot 6 - x^2}{4} + \frac{x^2}{4 \cdot 3} = \frac{2 - 3x^2 + 16 \cdot 6}{4 \cdot 3} \Rightarrow$$

$$\frac{4(216 - 2x^2) - x^2 + 3x^2}{9 \cdot 3} = 16 \cdot 6$$

$$864 - 8x^2 - x^2 + 3x^2 = 16 \cdot 6 \cdot 9 \cdot 3$$

$$864 - 18 \cdot 6 \cdot 9 \cdot 3 = 6x^2$$