ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
(ab)c=a(bc) E=mc²

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания
Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 95463 Класс 11
Вариант 22 Дата 19.02.2022

$AC = a \quad AK = b$

$AO = R$

$\triangle KAC$ прямоугольный

$CK^2 = AK^2 + AC^2$

$12 = b^2 + a^2$

$OC = R$

$\triangle OO_1C$ прямоугольный

$CO_1 = \frac{2}{3} \cdot a\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a}{\sqrt{3}}$ (CC₂ медиана, O_1 точка пересечения CC₂ 2:1) ✓

$OC^2 = OO_1^2 + CO_1^2 = b^2 + \frac{a^2}{3} = R^2$ ✓

CD диам. сферы $\Rightarrow$ проходит через центр ✓.

$CO = DO = R$

$\triangle KOC$

$\angle KCO = \alpha$

$KO^2 = KC^2 + OC^2 - 2KC \cdot OC \cdot \cos\alpha$ (т. косинусов)

$AA_1 = O_1O_2$

K серед AA1, O серед O_1O_2 $\Rightarrow KO = AO_1 = \frac{a}{\sqrt{3}}$ ✓

$\cos\alpha = \frac{KC^2 + OC^2 - KO^2}{2KC \cdot OC} = \frac{12 + R^2 - \frac{a^2}{3}}{2 \cdot 2\sqrt{3} \cdot R}$

$\triangle DKC$

$DK^2 = KC^2 + DC^2 - 2KC \cdot DC \cos\alpha$

$8 = 12 + 4R^2 - \frac{2\sqrt{3} \cdot 2R \cdot (12 + R^2 - \frac{a^2}{3})}{2 \cdot 2\sqrt{3} \cdot R}$

$8 = 12 + 4R^2 - 24 - 2R^2 + \frac{2a^2}{3}$

$8 = 2R^2 + \frac{2a^2}{3} - 12$

$20 = 2b^2 + \frac{4a^2}{3}$

$10 = b^2 + \frac{2a^2}{3}$

$12 = a^2 + b^2$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 95463 Класс 11

Вариант 22 Дата 19.02.2022

	Кол-во ак	Стоимость 1 ак
Газнефть	x	a
Энергия	y	b
Прогресс	z	c

5 за попытку анализа.

$z = x + y$ $\quad 18_{тыс} \le c \le 42_{тыс}$ $\quad k$

$ax = 3yb$

$a = b + k$ $\quad ax + by = zc$

$10_{тыс\ руб} \le k \le 18_{тыс\ руб}$

Условия

Найти $\min \frac{y \cdot 100}{x+y+z} \le \max$

Нужно написать ясно! Не ясно что и с какой целью делается!...

$\frac{y \cdot 100}{x+y+z} = \frac{y \cdot 100}{2(x+y)} = \frac{100c}{8b}$

max ?
min ?

$4yb = 2c$ V

откуда и зачем?

$\frac{y}{x+y} = \frac{c}{4b}$ $\quad \frac{y}{2(x+y)} = \frac{c}{8b}$

Не определен ул-ия для min и max о/о.

$xa + y(a - k) = z(x+y)c$

$(x+y)a - yk = (x+y)c$

$(x+y)(a-c) = yk$

$\frac{y}{x+y} = \frac{a-c}{k}$

$\frac{a-c}{k} = \frac{c}{4b}$

$\frac{b+k-c}{k} = \frac{c}{4b}$

$4b^2 + 4b(k-c) = kc$

$4b^2 + 4b(k-c) - kc = 0$

Любой, какой в общем виде.

$\frac{D}{4} = k^2 - 2kc + c^2 + 4kc = 4k^2 - 4kc + k^2$

$b_{1,2} = \frac{-2(k-c) \pm 2\sqrt{k^2 - 2kc + c^2}}{4}$

$b_{max} = \frac{-(k-c) + \sqrt{k^2 - kc + c^2}}{2}$

$b = \frac{\sqrt{k^2 - kc + c^2} - (k-c)}{2}$

$b = \frac{\sqrt{k^2 - kc + c^2} + (k+c)}{2}$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
(a·b)c=a(bc) E=mc²

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания
Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 95463 Класс 11

Вариант 12 Дата 19.02.2022

Заполняется проверяющим строго по образцу. Образец заполнения: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5		15	0	5	30				

Оценка цифрами: 55 Оценка прописью: пятьдесят пять Подпись:

№6

Дано:

CD диам

$CK = a\sqrt{3}$

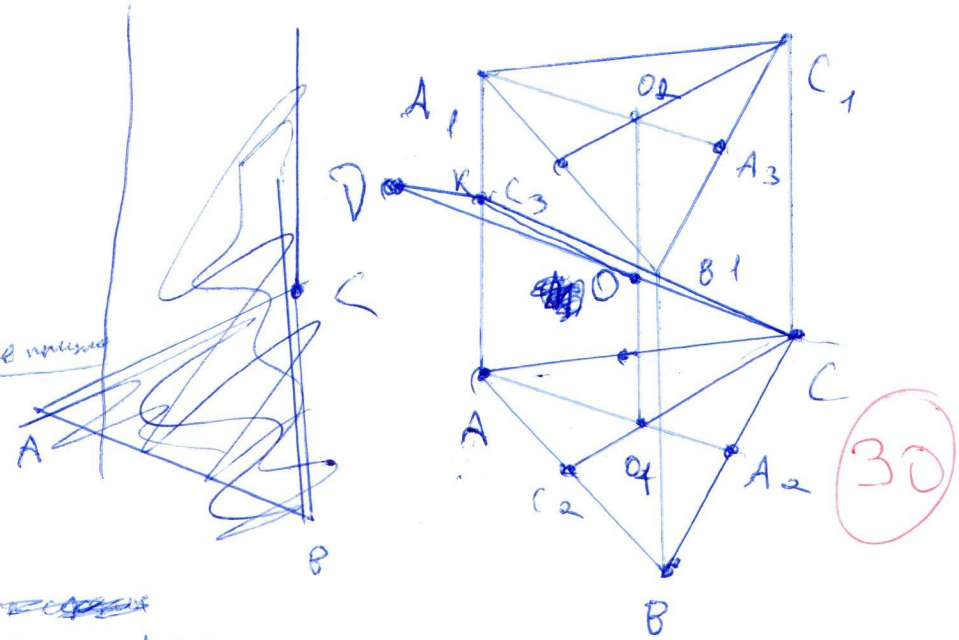
$DK = a\sqrt{2}$

K сред AA_1

Опис. сфера

$ABCA_1B_1C_1$ прав. призма

$V = ?$



30

O_1 – центр ABC (AA_2, CC_2 медианы) $\Rightarrow$ $O_1O_2 \parallel AA_1$ (AA_1O_2O – трапеция, т.к. $1,O_2 = AO_1$)

O_2 – центр $A_1B_1C_1$ (AA_3, C_1C_3 медианы) $\Rightarrow$ $O_1O_2 \perp ABC$

Сфера описана вокруг призмы $\Rightarrow AO = OB = OC = OA_1 = OB_1 = OC_1 = R$

а точка удовлетворяющая этому ур. лежит на сред O_1O_2

Докажем это для AO и OC для ост. доказывается аналогично

$AO_1 = CO_1$ ($\triangle ABC$ равносторонний)

O сред O_1O_2 $O_1O_2 \perp ABC$ (по свой. прав. приз.)

$AO^2 = AO_1^2 + OO_1^2$

$CO^2 = CO_1^2 + OO_1^2$

$\Rightarrow AO = CO$ аналог. для OB, OA_1, OC_1, OB_1

O – центр сферы

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

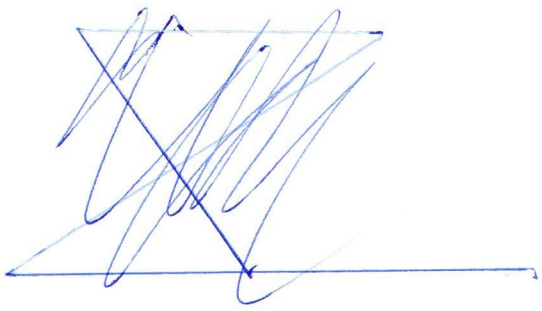
Площадка написания

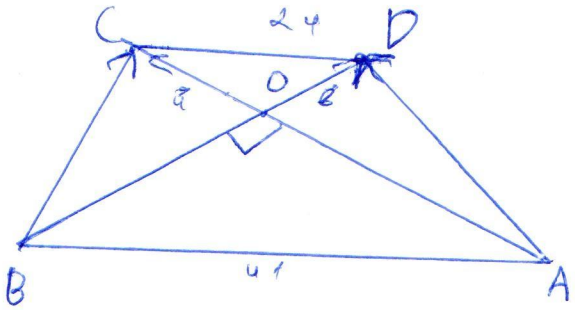
Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 95463 Класс 11

Вариант 22 Дата 19.02.2022

N 3





Дано: $CD = 24$, $BD \perp AC$, $AB = 41$

$\vec{AD} \cdot \vec{BC} = ?$

15

$\vec{OC} = \vec{a}$

$\vec{OD} = \vec{b}$

$\triangle COD \sim \triangle AOB$ (по 2 уг)

$\frac{CD}{AB} \quad \frac{OD}{OB} = \frac{24}{41} = \frac{OC}{OA} = \frac{24}{41}$

$\vec{OB} = -\frac{41}{24}\vec{b}$ $\vec{OA} = -\frac{41}{24}\vec{a}$ ✓

$\vec{BC} = \vec{OC} - \vec{OB} = \vec{a} + \frac{41}{24}\vec{b}$

$\vec{AD} = \vec{OD} - \vec{OA} = \vec{b} + \frac{41}{24}\vec{a}$ ✓

$\vec{BC} \cdot \vec{AD} = \frac{a^2 41}{24} + \vec{a}\vec{b} + \frac{41}{24}\vec{b}^2 + \frac{41}{24}\vec{a}\vec{b}$

$= \frac{41}{24}(|a|^2 + |b|^2) = 41 \cdot 24 = 984$

$\vec{a} \perp \vec{b} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

$|a|^2 + |b|^2 = (24)^2$ ($\triangle COD$ прямоуг.) ✓

$41 \cdot 24 = 164 + 820 = 984$

Ответ: 984 ✓

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 95463 Класс 11

Вариант 22 Дата 19.02.2022

$a^2 = 12 - b^2$

$10 = b^2 + 8 - \frac{2}{3}b^2$

$2 = \frac{b^2}{3}$ $\quad b^2 = 6$ $\quad b = \sqrt{6}$ $\quad h = 2b$ ✓

$a = \sqrt{6}$

$V_{ABCA_1B_1C_1} = h \cdot S_{ABC} = 2 \cdot \sqrt{6} \cdot \frac{3}{2}\sqrt{3} = 9\sqrt{2}$ ✓

$S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{6\sqrt{3}}{4} = \frac{3}{2}\sqrt{3}$ ✓

($\triangle ABC$ равн.)

Ответ: $9\sqrt{2}$

№1

$x^9 - 2022x^3 - \sqrt{2021} = 0$

$x^3 = t$

$t^3 - 2022t - \sqrt{2021} = 0$

$t^3 - 2021t - t - \sqrt{2021} = 0$

$t(t - \sqrt{2021})(t + \sqrt{2021}) - (t + \sqrt{2021}) = 0$

$(t + \sqrt{2021})(t^2 - \sqrt{2021}t - 1) = 0$ ✓

$t = -\sqrt{2021}$ $\quad D = 2021 + 4 = 2025 = (45)^2$

$x^3 = -\sqrt{2021}$ $\quad t = \frac{\sqrt{2021} \pm 45}{2}$ ✓

$x = -\sqrt[6]{2021}$

$x = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{2021} \pm 45}{2}}$

Ответ: $-\sqrt[6]{2021}$; $\sqrt[3]{\frac{\sqrt{2021}+45}{2}}$; $\sqrt[3]{\frac{\sqrt{2021}-45}{2}}$ ✓

5

$10_{\text{мокр}} \le K \le 18$ мокр

$18_{\text{сух.}} \le C \le 42$ сух. к.

$28_{\text{мокр}} \le K + C \le 60$ мокр к

$100 \le K^2 \le 324$

$324 \le C^2 \le 1764$

$180 \le K \cdot C \le 756$

$144 \le K^2 + C^2 - KC \le 1332$

$12 \le \sqrt{K^2 + C^2 - KC} \le \sqrt{1332}$

$40 \le \sqrt{K^2 + C^2 - KC} + K + C \le \sqrt{1332} + 60$

$20 \le \frac{\sqrt{K^2 + C^2 - KC} + K + C}{2} \le \frac{\sqrt{1332} + 60}{2}$

$20 \le B \le \frac{\sqrt{1332} + 60}{2}$

$160 \le 8B \le 4(\sqrt{1332} + 60)$

$1800 \le 100C \le 4200$

$\frac{180}{16} \ge \frac{100C}{8B} \ge \frac{1050}{\sqrt{1332} + 60}$

$\frac{45}{4} \ge \frac{100C}{8B} \ge \frac{1050}{\sqrt{1332} + 60}$

грубая оценка!

Ответ: от $\frac{1050}{\sqrt{1332} + 60}$ до $\frac{45}{4}$