

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр 94235 Класс 10

Вариант 22 Дата 19.02.2022



Заполняется проверяющим строго по образцу

Образец заполнения: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
	0	1	0		0	2	0		0

Оценка цифрами

Оценка прописью

Подпись

3	0	три нуля							
---	---	----------	--	--	--	--	--	--	--

√1

$$x^9 - 2022x^3 - \sqrt{2021} = 0$$

$$3 t = x^3 \Rightarrow t^2 - 2022t - \sqrt{2021} = 0$$

$$D = 2022^2 + 4\sqrt{2021}$$

$$x^3 = \frac{2022 \pm \sqrt{2022^2 + 4\sqrt{2021}}}{2}$$

$$x^3 = 1011 \pm \sqrt{1011^2 + \sqrt{2021}}$$

$$x = \sqrt[3]{1011 \pm \sqrt{1011^2 + \sqrt{2021}}} \quad \left(x = \sqrt[3]{1011 + \sqrt{1011^2 + \sqrt{2021}}} \text{ или } x = \sqrt[3]{1011 - \sqrt{1011^2 + \sqrt{2021}}} \right)$$

Рассмотрим любой $x \in (-\infty; +\infty)$
 $f(x) - (x - 0,5)f(-x - 1) = 1$ ~~подставим вместо x~~

подставим $x = -0,5$

$$f(-0,5) - (-0,5 - 0,5)f(0,5 - 1) = 0$$

$$f(-0,5) + f(-0,5) = 1 \quad f(-0,5) = \frac{1}{2}$$

Теперь рассмотрим $x \in (-\infty; -\frac{1}{2}) \cup (-\frac{1}{2}; +\infty)$

$$\begin{cases} f(x) - (x - 0,5)f(-x - 1) = 1, \\ f(-x - 1) - (-x - 1,5)f(x) = 1. \end{cases}$$

подставим $(-x - 1) \Rightarrow f(-x - 1) = 1 + f(x)(x - 1,5)$

$$f(x) - (x - 0,5)(1 + f(x)(x - 1,5)) = 1,$$

$$f(x) - x + 0,5 - (x - 0,5)f(x)(x - 1,5) = 1,$$

$$f(x)(1 - (x - 0,5)(x - 1,5)) = x + 0,5, \quad / \cdot 4$$

$$f(x)(4 - (2x - 1)(-2x - 3)) = 4x + 2,$$

$$f(x)(4 + 4x^2 + 4x - 3) = 4x + 2$$

$$f(x)(4x^2 + 4x + 1) = 4x + 2,$$

$$4x^2 + 4x + 1 = 0 \quad \text{т.к. если } 4x^2 + 4x + 1 = 0$$

$$D = 16 - 16 = 0$$

$$x = -\frac{4}{8} = -\frac{1}{2}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4x+2}{4x^2+4x+1}, & \text{если } x \neq -\frac{1}{2} \\ 0,5, & \text{если } x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$



√4

Разобьем трубу на 4 равные части. Пропустим их от 1го 4 (как показано)
~~Есть~~ Назовем места, в которых труба повреждена
разрезами. Таким образом, надо посчитать вероятность
того, что расстояние от начала до 1го разреза, между разрезами
и от 2го разреза до конца хотя бы 1 м.

Если 1ый разрез попадает в 1 или 4 часть, то такой
второй нам не подходит (если в 1 часть, то раст от нач. до него < 1м
т.к. ① и ④ части вместе, это половина трубы до конца < 1 м)
если в 4 часть, то раст от разреза до конца < 1 м)
то разрез в них не лежит $\frac{1}{2}$.
Аналогично для 2го разреза, он должен попадать
в ② или ③. Тогда вероятность того, что оба разреза не в ① и ④
 $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$. Таким образом, оба разреза лежат в ① или ④
частях.

Вероятность того что они в 1ой части $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$, а вероятность того
что они в разных частях тоже $\frac{1}{8}$.
~~Есть 4~~ есть 4 варианта: ~~разные~~

1ый разрез лежит в ③, а второй в ② $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

1ый разрез лежит в ①, а второй в ③ $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

1ый в ②, второй в ③ $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

1ый в ②, второй в ② $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

Если они в 1ой части, то расстояние между ними точно < 1м.
Значит ~~оба~~ разреза лежат в разных частях (② и ③)



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Московский государственный технический
университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 94235 Класс 10

Вариант 22 Дата 19.02.2022



если $x = -\frac{1}{2} \Rightarrow f(-\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} - (-1) f(-\frac{1}{2}) \stackrel{?}{=} 1,$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1.$

если $x = -\frac{1}{2}$

$f(x) - (x - 0,5) f(-x-1) \stackrel{?}{=} 1,$

$\frac{4x+2}{4x^2+4x+1} - (x-0,5) \frac{4(-x-1)+2}{4(x+1)^2+4(-x-1)+1} = 1,$

$\frac{4x+2}{4x^2+4x+1} - \frac{(x-0,5)(-4x-2)}{4x^2+8x+4-4x-4+1} = 1,$

$\frac{4x+2}{4x^2+4x+1} + \frac{(2x-1)(2x+1)}{4x^2+4x+1} = 1,$

$\frac{4x^2+2+4x^2-1}{4x^2+4x+1} = 1,$

$\frac{4x^2+4x+1}{4x^2+4x+1} = 1. \quad \text{т.е.} \quad L.$

Ответ: $x = \begin{cases} \frac{4x+2}{4x^2+4x+1}, & x \neq -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}, & x = -\frac{1}{2} \end{cases} \quad \checkmark$



Площадка написания

Московский государственный технический
университет имени Н.Э. Баумана

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр 94235 Класс 10

Вариант 22 Дата 19.02.2022



Теперь рассмотрим части ② и ③
все случаи разрезов можно разбить на
взаимнооднозначные пары:



(если взять части ② и ③, и поменять местами
получится пара для другого разреза и наоборот)

Таким образом в каждой паре в 1 случае между
разрезами < 1 метра, а в другом > 1 метра:

в 1 случае расстояние
между разрезами $1-x+y$, а во втором $x+1-y$

если $1-x+y < 1$,

$$-y+x-1 > 1,$$

$$-y+x > 2,$$

$1-y+x > 1 \Leftrightarrow$ во втором случае расстояние больше 1 и

аналогично если $x+1-y < 1 \Leftrightarrow 1-x+y > 1$

Таким образом с вероятностью $\frac{1}{2}$ мы выберем из
пары вариант, когда расстояние > 1

Ответ: $\frac{1}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$, вероятность равна $\frac{1}{16}$