



Заполняется проверяющим строго по образцу

Образец заполнения:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
	0	0	15	0	0	30			

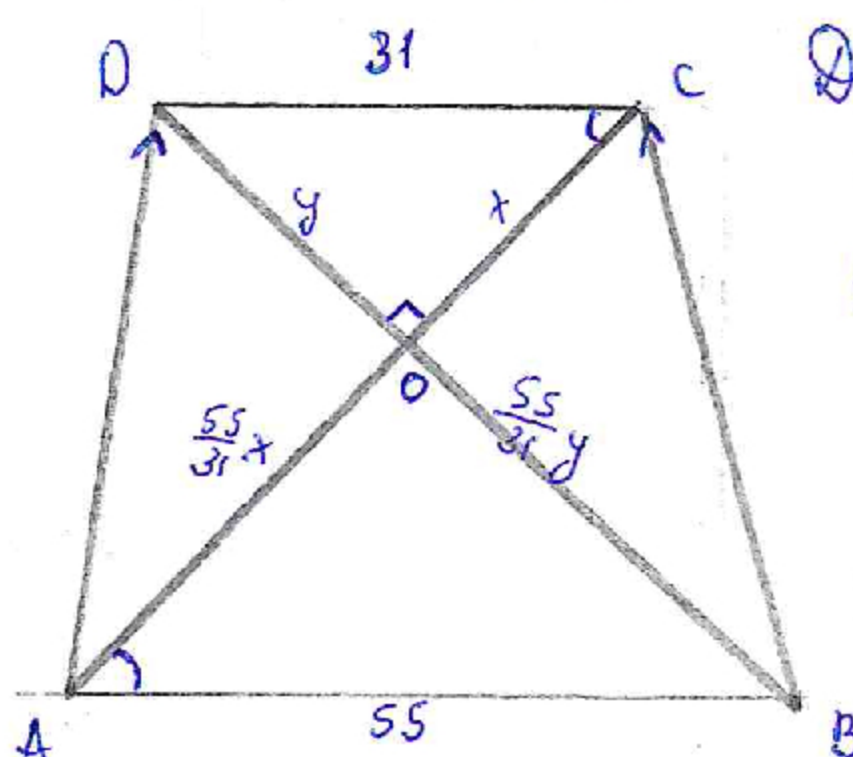
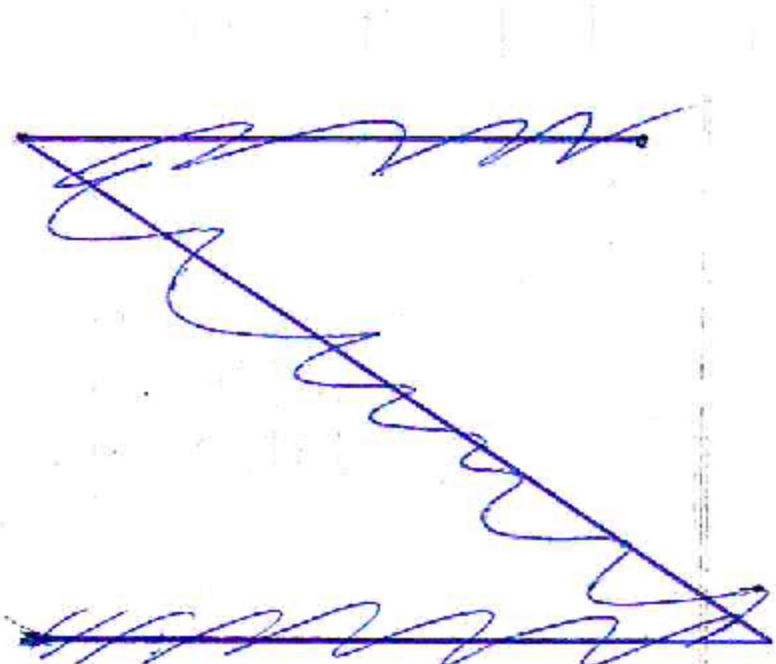
Оценка цифрами

Оценка прописью

Подпись

45	сорок пять	ВМ
----	------------	----

3

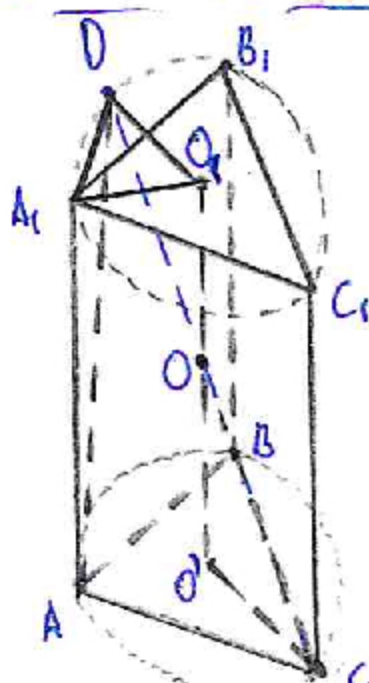


Дано: $AB=55$; $CD=31$;
 $BD \perp AC$; $ABCD$ -трапеция;
 Найти: $\vec{AD} \cdot \vec{BC}$ -?

Решение: Пусть, $ABCD$ -трапеция $\Rightarrow DC \parallel AB \Rightarrow \angle DCO = \angle OAB$ как накрест лежащие, тогда $\triangle OAB \sim \triangle OCD$ по 2 углам ($\angle DOC = \angle AOB = 90^\circ$, т.к. $BD \perp AC$). $\Rightarrow \frac{DC}{AB} = \frac{DO}{OB} = \frac{CO}{OA}$;
 пусть $CO = x$, $DO = y$, тогда $\frac{x}{OA} = \frac{31}{55} \Rightarrow OA = \frac{55}{31}x$; $\frac{y}{OB} = \frac{31}{55} \Rightarrow OB = \frac{55}{31}y$.
 Тогда, $\vec{BC} = \vec{BO} + \vec{OC}$, а $\vec{AD} = \vec{AO} + \vec{OD}$ по тр-у тр-ка. Значит, $\vec{AD} \cdot \vec{BC} = (\vec{BO} + \vec{OC}) \cdot (\vec{AO} + \vec{OD}) = \vec{BO} \cdot \vec{AO} + \vec{OC} \cdot \vec{AO} + \vec{BO} \cdot \vec{OD} + \vec{OC} \cdot \vec{OD}$. ($\vec{BO} \perp \vec{AO} \Rightarrow \vec{BO} \cdot \vec{AO} = 0$, аналогично с $\vec{OC}$ и $\vec{OD}$), тогда $\vec{AD} \cdot \vec{BC} = \vec{OC} \cdot \vec{AO} + \vec{BO} \cdot \vec{OD} = |\vec{OC}| \cdot |\vec{AO}| \cdot \cos 0^\circ + |\vec{BO}| \cdot |\vec{OD}| \cdot \cos 0^\circ = |\vec{OC}| \cdot |\vec{AO}| + |\vec{BO}| \cdot |\vec{OD}| = x \cdot \frac{55}{31}x + y \cdot \frac{55}{31}y = \frac{55}{31}(x^2 + y^2) = \frac{55}{31} \cdot DC^2$ (по теор. Пифагора).
 Тогда, $\vec{AD} \cdot \vec{BC} = \frac{55}{31} \cdot 31^2 = 55 \cdot 31 = 1705$.

Ответ: 1705.

6



Дано: $R_{сферы} = 6$;
 $ABCA_1B_1C_1$ - прав. трехгр. призма,
 впис. в сферу; CD - диаметр;
 $AD = 4\sqrt{6}$.
 Найти: $\angle C_1DB_1$ -?

Решение: т.к. в сферу вписана прав. трехгр. призма, то сфер-ты, описанные около оснований призм (равные R и r трехгр.) будут одинаковы, а также, лежат в паралл. плоскостях по сред. прав. призм. Т.к. у сфер-ты, опис. около прав. тр-ка будет лежать в точке пересечения медиан, бис-са и высот, то центр сферы O будет проектироваться в точку O' сфер-ты O' , O_1 прав. $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$. Значит $OO_1 \perp ABC$, а $OO' \perp A_1B_1C_1$. Т.к. AA_1, O_1O' - медианы, $AO_1 \parallel AO'$, $AA_1 \perp ABC$, $AA_1 \perp A_1B_1C_1$, $O_1O' \perp A_1B_1C_1$ как линия центров тр-ков, то перпендикулярно, опущенный в точку на пл-ти и перпендикулярный пл-ти единственный. Значит O лежит на линии центров $O'O_1$. Т.к. диаметр проходит через центр сферы и равен двум радиусам, то $OC = OD$, а точка D лежит на сфер-те, опис. около $A_1B_1C_1$ в силу симметрии относительно точки центра сферы. Тогда, $\triangle DOO_1 = \triangle COO'$ по ост. углу и гипотенузе ($\angle DOO_1 = \angle COO'$ как вертикальные, $OD = OC$ как радиусы сферы) $\Rightarrow DO_1 = O'C$. Пусть $DO_1 = r$. $\triangle DO_1A_1$ - $\triangle DO_1C_1$ ($AO_1 = CO_1 = r$), тогда $\angle A_1O_1D = \angle C_1O_1D$, т.к. C_1, D_1 - бис-са, а точка D лежит на мед., т.к. точка D лежит в пл-ти ABC_1 , как и бис-са $C_1O_1 \Rightarrow \angle A_1O_1D = \angle C_1O_1D = 2 \cdot 60^\circ = 120^\circ \Rightarrow$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика



Площадка написания

Санкт-Петербургский Государственный
электротехнический Университет "ЛЭТИ"

Шифр 101288 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022

$\Rightarrow \angle A_1 O_1 D = 60^\circ \Rightarrow \angle A_1 D O_1 = \angle O A_1 O_1 = \frac{180^\circ - 60^\circ}{2} = 60^\circ \Rightarrow O_1 D = A_1 D = r$, тогда по формуле
отн. окр.-ти для прав. тр.-ка $a = \sqrt{3} \cdot r$, где a - сторона прав. тр.-ка, r - радиус
отн. окр.-ти. Т.к. $\triangle A A_1 D$ - прямоуг. ($A_1 D$ лежит в пл.-ти $A B C_1$, а $A A_1 \perp A B C_1 \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle A A_1 D = 90^\circ$), то $A A_1 = \sqrt{A D^2 - A D_1^2} = \sqrt{96 - r^2}$ (по теор. Пифагора). Также, $\triangle C C_1 D$ -
прямоугольный, аналогично как и $\triangle A A_1 D$. Тогда $C C_1 = \sqrt{C D^2 - D C_1^2}$. Т.к. $C C_1 = A A_1$, то
 $\sqrt{96 - r^2} = \sqrt{C D^2 - D C_1^2}$, где $C D$ - диаметр, равный $2R = 12$, а $D C_1$ - диаметр окр.-ти,
равный $2r$.

$$96 - r^2 = 144 - 4r^2 \Rightarrow 3r^2 = 48 \Rightarrow r = 4. \text{ Тогда } A A_1 = \sqrt{96 - 16} = 4\sqrt{5}.$$

$$a = \sqrt{3} \cdot r = 4\sqrt{3}. \text{ Вычисл. } S_{\text{бок}} \cdot h = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot A A_1 \text{ (где } \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60^\circ) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2 \cdot A A_1 = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 48 \cdot 4\sqrt{5} = 48\sqrt{15}.$$

Ответ: $48\sqrt{15}$.

② $f(x) + (0,5+x) \cdot f(1-x) = 1$

$$x = -0,5 : f(-\frac{1}{2}) + 0 \cdot f(\frac{3}{2}) = 1 \Rightarrow f(-\frac{1}{2}) = 1$$

$$x = 0,5 : f(\frac{1}{2}) + f(\frac{1}{2}) = 1 \Rightarrow f(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$$

$$x = 0 : f(0) + \frac{1}{2} \cdot f(1) = 1 \Rightarrow f(0) = 1 - \frac{1}{2} f(1)$$

$$x = 1 : f(1) + \frac{3}{2} f(0) = 1 \Rightarrow f(1) + \frac{3}{2} (1 - \frac{1}{2} f(1)) = 1 \Rightarrow \frac{1}{4} f(1) = -\frac{1}{2} \Rightarrow f(1) = -\frac{2}{1} = -2$$

$$f(0) = 1 - \frac{1}{2} \cdot (-2) = 2.$$

① $x^9 + \sqrt{2021} = x^3 \cdot 2022, t = x^3$

$$2022 = 3 \cdot 674 = 2 \cdot 3 \cdot 337$$

$$t^3 + \sqrt{2021} = t \cdot 2022$$

$$(t + \sqrt{2021}) / (t^2 + t \cdot \sqrt{2021} + \sqrt{2021}) = \frac{2022}{2 \cdot 3 \cdot 337 \cdot t}$$

$$\frac{t + \sqrt{2021}}{t^2 + t \cdot \sqrt{2021} + \sqrt{2021}} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 337}{t}$$

$$2t \quad 3 \cdot 337$$

$$2 \cdot 37 \quad 337$$

$$1 \quad 2 \cdot 3 \cdot 337 t$$

$$2 \cdot 3 \cdot 337 t \quad 1$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр 101288 Класс 11

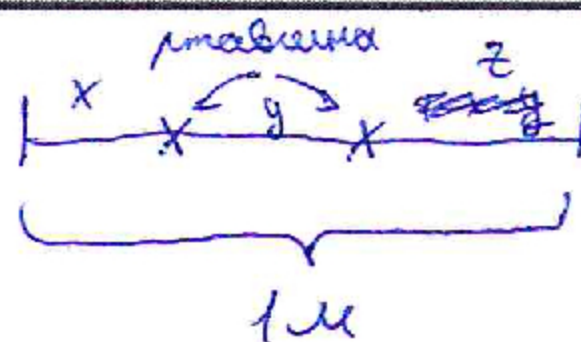
Вариант 21 Дата 19.02.2022



Площадка написания

Санкт-Петербургский Государственный
электротехнический Университет "ЛЭТИ"

4



$$x \geq 25 \text{ см}$$

Если одна из частей > 50 см, то все 3 поставят не получится, т.к. одной ост. будет < 25 см.

Значит, у каждой части значение варьируется от 25 см до 50 см включ.

~~тогда~~ Тогда доля от 100 см составит $[25; 50] = \frac{1}{4}$. Тогда

общая вер-сть $= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{64} = 0,125 \cdot 0,125 = 0,015625$.

Ответ: 0,015625.

$$\begin{array}{r} 0,125 \\ \times 0,125 \\ \hline 625 \\ 250 \\ 125 \\ \hline 0,015625 \end{array}$$