

Класс 10 Вариант 12 Дата Олимпиады 08.02.2020

Площадка написания МГТУ им. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	—	15	0	80	30					70	семьдесят	

$$\sqrt[n]{n} = 1$$

Упростим А:

$$\begin{aligned}
 & \frac{y^2 + xy - \sqrt[4]{x^5 y^3} - \sqrt[4]{xy^7}}{\sqrt[4]{y^5} - \sqrt[4]{x^2 y^3}} \cdot (\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y}) = \frac{y^2 + xy - x \cdot \sqrt[4]{xy^3} - y \cdot \sqrt[4]{xy^3}}{y \sqrt[4]{y} - \sqrt[4]{x^2 y^3}} \cdot x \\
 & \cdot (\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y}) = \frac{y(x+y) - \sqrt[4]{xy^3}(x+y)}{y \sqrt[4]{y} - \sqrt[4]{x^2 y^3}} (\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y}) = \frac{(x+y)(y - \sqrt[4]{xy^3})}{y \sqrt[4]{y} - \sqrt[4]{x^2 y^3}} \cdot x \\
 & \cdot (\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y}) = \frac{(y - \sqrt[4]{x} + y \cdot \sqrt[4]{y} - \sqrt[4]{xy^3} \cdot \sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{xy^3} \cdot \sqrt[4]{y}) (x+y)}{y \sqrt[4]{y} - \sqrt[4]{x^2 y^3}} = \\
 & = \frac{(y \sqrt[4]{y} - \sqrt[4]{x^2 y^3})(x+y)}{(y \sqrt[4]{y} - \sqrt[4]{x^2 y^3})} = x+y
 \end{aligned}$$

Итак, $A = x+y$ ✓

При $x = \underbrace{1111}_{2019}, \underbrace{111...12}_{2019}$; $y = 907, \underbrace{888...88}_{2020}$:

Заметим, что дробные части дают в сумме 1



Класс 10 Вариант 135 12 Дата Олимпиады 08.02.2020

Площадка написания МГТУ им. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка													

Тогда $A = 1111 + 907 + 1 = 2019$

Ответ: 2019 (4)

$$\sqrt{0} = 3$$

Подставим значение $b = 5$ в неравенство:

$$\frac{1}{x+10} \leq \frac{x}{x^2 - 5x + 3x + 5 - 1} + \frac{25 - 15x - 2x - 17}{(5x - 4x + 15 - 5)(x^2 + 5x - 7x - 5 + 9)}$$

$$\frac{1}{x+10} \leq \frac{x}{x^2 - 2x + 4} + \frac{8 - 17x}{(x+10)(x^2 - 2x + 4)}$$

$$\frac{8 - 17x}{(x+10)(x^2 - 2x + 4)} + \frac{x}{x^2 - 2x + 4} - \frac{1}{x+10} \geq 0$$

$$\frac{8 - 17x + x(x+10) - 1(x^2 - 2x + 4)}{(x+10)(x^2 - 2x + 4)} \geq 0$$

$$\frac{8 - 17x + x^2 + 10x - x^2 + 2x - 4}{(x+10)(x^2 - 2x + 4)} \geq 0$$

$$\frac{4 - 5x}{(x+10)(x^2 - 2x + 4)} \geq 0 \quad | : (-5)$$

$$\frac{x - \frac{4}{5}}{(x+10)(x^2 - 2x + 4)} \leq 0 \quad +$$

П.к. $x^2 - 2x + 4 > 0$ всегда ($D < 0$), то:

$$+ \quad \begin{array}{c} \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \\ -10 \quad \quad \quad \frac{4}{5} \quad + \end{array} \rightarrow x$$

$$x \in (-10; \frac{4}{5}]$$

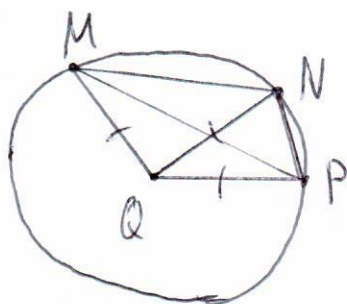
Но по условию $x \in \mathbb{Z}$, т.е:

$$x \in \{-9; -8; -7; -6; -5; -4; -3; -2; -1; 0\}$$

$$\text{Ответ: } \{-9; -8; -7; -6; -5; -4; -3; -2; -1; 0\} \quad +$$

$\sqrt{0} = 0$

1. Сформулируем на точность рисунок:



Дано: $S_{\triangle QNP} = 9 \text{ см}^2$

$$S_{\triangle MNP} = 36 \text{ см}^2$$

$$MQ = QP = QN = r = 6 \text{ см}$$

Найти: $\angle NMP = ?$

Решение:

Рассмотрим $\triangle NPQ$:

$$S_{\triangle NPQ} = \frac{NQ \cdot QP \cdot \sin \angle NQP}{2} = \frac{6 \text{ см} \cdot 6 \text{ см} \cdot \sin \angle NQP}{2} = 9 \text{ см}^2 (\text{по усл.})$$

$$\sin \angle NQP = \frac{9 \text{ см}^2 \cdot 2}{6 \text{ см} \cdot 6 \text{ см}} = \frac{18}{36} = \frac{1}{2} \quad +$$

Отсюда $\angle NQR = 30^\circ$ или $\angle NQR = 150^\circ$

$\angle NQR$ — центр. угол, опирающийся на $\text{дугу } NP$

$\angle NMP$ — вписанный угол, опирающийся на $\text{дугу } NP$

Отсюда $\angle NMP = \frac{1}{2} \angle NQR$ ✓

$$\angle NMP = \frac{30^\circ}{2} = 15^\circ \text{ или } \angle NMP = \frac{150^\circ}{2} = 75^\circ$$

В первом случае, $S_{\triangle MNP}$ не будет $> 36 \text{ см}^2$, поэтому
остается второй: $\angle NMP = 75^\circ$ ✓

Ответ: $\angle NMP = 75^\circ$ ⊕

$$N = 5$$

Обозначим кол-во подарков типа 1 — n_1 , типа 2 — n_2 ,
типа 3 — n_3 , типа 4 — n_4

По данным условия известно, что:

1. $n_2 - n_1 = n_4 - n_3$

2. $n_1 + n_3 \geq n_2 + n_4 - 4$ ⊕

Составим систему:

$$\begin{cases} n_2 - n_1 = n_4 - n_3 \\ n_1 + n_3 = n_2 + n_4 - 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} n_2 - n_1 = n_4 - n_3 \\ n_1 - n_2 = n_4 - n_3 - 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} n_2 - n_1 = n_4 - n_3 \\ n_1 - n_2 + 4 = n_4 - n_3 \end{cases} \Rightarrow n_2 - n_1 = n_1 - n_2 + 4$$

$$2n_2 - 2n_1 = 4 \quad | : 2$$

$$n_2 - n_1 = 2$$

При этом из ур. ① : $n_4 - n_3 = n_2 - n_1 = 2$

По условию, стоимость и кол-во подарков соответствующего типа равны, а общая стоимость = 420 руб. Отсюда:

$$n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 + n_4^2 = 420$$

$$n_2 - n_1 = 2$$

$$n_4 - n_3 = 2$$

$$\begin{array}{c} \parallel \\ \downarrow \\ n_2 = (n_1 + 2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \parallel \\ \downarrow \\ n_4 = (n_3 + 2) \end{array}$$

$$n_1^2 + (n_1 + 2)^2 + n_3^2 + (n_3 + 2)^2 = 420$$

$$n_1^2 + n_1^2 + 4n_1 + 4 + n_3^2 + n_3^2 + 4n_3 + 4 = 420$$

$$2n_1^2 + 4n_1 + 4 + 2n_3^2 + 4n_3 + 4 = 420 \quad | :2$$

$$n_1^2 + 2n_1 + n_3^2 + 2n_3 = 210 - 4$$

$$n_1(n_1 + 2) + n_3(n_3 + 2) = 206$$

Найдём произведения некоторых чисел с разницей

2:

$$4 \cdot 6 = 24$$

$$5 \cdot 7 = 35$$

$$6 \cdot 8 = 48$$

$$7 \cdot 9 = 63$$

$$8 \cdot 10 = 80$$

$$9 \cdot 11 = 99$$

$$10 \cdot 12 = 120$$

$$11 \cdot 13 = 143$$

206

63 и 143 в сумме дают 206,

значит: $n_1(n_1 + 2) = 63$

$$n_3(n_3 + 2) = 143$$

$$n_1 = 7$$

$$n_3 = 11$$

$$n_2 = n_1 + 2 = 9$$

$$n_4 = n_3 + 2 = 13$$

Итак, мы знаем сколько было подарков каждого типа. Кол-во школьников = кол-во подарков:

$$n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = 7 + 9 + 11 + 13 = 40 \text{ (школьников)}$$

Ответ: 40 школьников +

$$\sqrt{5} \approx 2.24$$

$$f(x) = \sqrt{2mx - x^2 + 5} + \sqrt{1-x}$$

Видно, что при $x=0$, функция имеет смысл:

$$f(0) = \sqrt{5} + 1$$

Значит, $D(x): x=0$

Для этого, при любом другом x левое подкоренное выражение (или правое) должно быть ≤ 0 .

$$1-x \leq 0 \text{ при } x > 1$$

||
∪

$$2mx - x^2 + 5 \leq 0 \text{ при } x \in (-\infty; 0) \cup (0; 1)$$

