



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



Площадка написания

Московский государственный технический
университет имени Н.Э. Баумана

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр 85079 Класс 9

Вариант 32 Дата 19.02.2022



Заполняется проверяющим строго по образцу

Образец заполнения: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	1	0	1	5	5	0	0	0	0

Оценка цифрами

Оценка прописью

Подпись

3	5	тридцать пять баллов	А-Г-
---	---	----------------------	------

Задача 1

$x^9 - 21x^3 - \sqrt{21} = 0$. Преобразуем это выражение!

$$x^9 - 21x^3 - x^3 - \sqrt{21} = 0$$

$$x^3(x^6 - 21) - (x^3 + \sqrt{21}) = 0$$

$$x^3(x^3 - \sqrt{21})(x^3 + \sqrt{21}) - (x^3 + \sqrt{21}) = 0$$

$$(x^3 + \sqrt{21})(x^6 - x^3\sqrt{21} - 1) = 0$$

Тогда
$$\begin{cases} x^3 + \sqrt{21} = 0 \\ x^6 - x^3\sqrt{21} - 1 = 0 \end{cases}$$

Пусть $a = x^3$, тогда $a^2 - a\sqrt{21} - 1 = 0$

$$D = 21 + 4 = 5^2$$

$$\begin{cases} a = \frac{\sqrt{21} + 5}{2} \\ a = \frac{\sqrt{21} - 5}{2} \end{cases}$$

$\Rightarrow$

$$\begin{cases} x = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{21} + 5}{2}} \\ x = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{21} - 5}{2}} \end{cases}$$

⊕ 5 баллов

У уравнения 3 решения! $-\sqrt[6]{21}$, $\sqrt[3]{\frac{\sqrt{21} + 5}{2}}$, $\sqrt[3]{\frac{\sqrt{21} - 5}{2}}$

Ответ: $-\sqrt[6]{21}$, $\sqrt[3]{\frac{\sqrt{21} + 5}{2}}$, $\sqrt[3]{\frac{\sqrt{21} - 5}{2}}$



Задача 4

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Пусть } x = x_0, \text{ тогда } f(x_0) - (x_0 - 0,5)f(-x_0 - 1) = 1 \\ \text{Пусть } x = -x_0 - 1, \text{ тогда } f(-x_0 - 1) + (x_0 + 1,5)f(x_0) = 1 \end{array} \right\} \text{ - верно}$$

Решая эту систему, получим, что

$$x_0^2 \cdot f(x_0) + x_0 f(x_0) + \frac{1}{4} f(x_0) - x_0 - \frac{1}{2} = 0$$

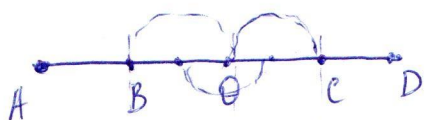
5 баллов
надо найти $f(x_0)$!

$$D = f^2(x_0) - f(x_0) \cdot (f(x_0) - 4x_0 - 2) = 4x_0 \cdot f(x_0) + 2f(x_0) \geq 0$$

Т.к. $x_0 \in (-\infty; +\infty)$, то для того, чтобы система имела решение, т.е. имело решение полученное нами квадратное уравнение (дискриминант неотрицателен), значение функции всегда должно быть равно 0. Т.е. $f(x) = 0$

Ответ: любые $f(x)$, значения которых равны 0.

Задача 5



O - центр трубы AD,

B - середина AO, C - середина OD.

Для выполнения условий задача точки ржавчины должны находиться от краёв A и D не менее, чем на 1м. Т.е. они должны располагаться на отрезке BC. Соответственно, вероятность того, что ржавчины попадут в этот



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$

$$u = \frac{c}{n}$$

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Московский государственный технический
университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 85079 Класс 9

Вариант 32 Дата 19.02.2022



Т.к. $AO \perp BO$ и $OD \perp OC$, то $\vec{AO} \cdot \vec{BO} = \vec{OD} \cdot \vec{OC} = 0$

Т.к. AO и OC лежат на одной прямой, а также BO и OD лежат на одной прямой, то
 $\vec{AO} \cdot \vec{OC} = AO \cdot OC$ и $\vec{BO} \cdot \vec{OD} = BO \cdot OD$

$$\text{Из (1): } CO = \frac{24}{41} AO$$

$$DO = \frac{24}{41} BO$$

$$\text{Тогда } \vec{AD} \cdot \vec{BC} = \frac{24}{41} AO^2 + \frac{24}{41} BO^2 = \frac{24}{41} (AO^2 + BO^2)$$

Причём AO и BO — катеты прямоу. $\triangle AOB$, т.е.

$$AO^2 + BO^2 = AB^2.$$

$$\text{Значит, } \vec{AD} \cdot \vec{BC} = \frac{24}{41} \cdot AB^2 = 24 \cdot 41 = 984$$

Ответ: 984



15 баллов



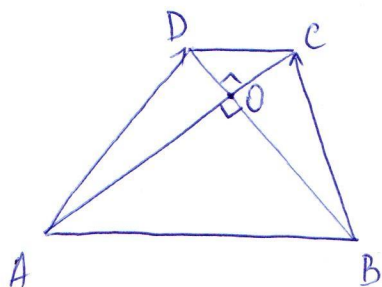
отрезок, равна $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$ (вероятность попадания каждой точки в свою половину отрезка равна $\frac{1}{2}$). Кроме того, расстояние между точками должно быть не меньше 1м. Т.е. отрезок, соединяющий рывачины, не менее 1м и заключён между точками В и С. Вероятность этого равна $\frac{1}{3}$. Тогда общая вероятность равна $\frac{1}{12}$.

Ответ: $\frac{1}{12}$

⊖

Общая.

Задача 3



Пусть $AE \cap BD = O$, тогда $\triangle DOC \sim \triangle BOA$ по двум углам!
 $\angle DOC = \angle BOA$, как вертикальные
 $\angle CDO = \angle OBA$, как накрест лежащие при $ED \parallel AB$ и секущей BD . Тогда!

$$\frac{DO}{BO} = \frac{CO}{AO} = \frac{CD}{AB} = \frac{24}{41} \quad (1)$$

Рассчитаем произведение $\vec{AD} \cdot \vec{BE}$:

$$\vec{AD} \cdot \vec{BE} = (\vec{AO} + \vec{OD}) \cdot (\vec{BO} + \vec{OE}) = \vec{AO} \cdot \vec{BO} + \vec{AO} \cdot \vec{OE} + \vec{OD} \cdot \vec{BO} + \vec{OD} \cdot \vec{OE}$$



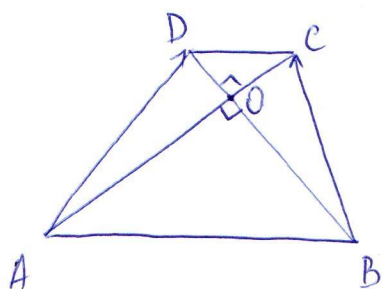
отрезок, равна $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$ (вероятность попадания каждой точки в свою половину отрезка равна $\frac{1}{2}$). Кроме того, расстояние между точками должно быть не меньше 1м. Т.е. отрезок, соединяющий рывачины, не менее 1м и заключён между точками В и С. Вероятность этого равна $\frac{1}{3}$. Тогда общая вероятность равна $\frac{1}{12}$.

Ответ: $\frac{1}{12}$



Общая.

Задача 3



Пусть $AE \cap BD = O$, тогда $\triangle DOC \sim \triangle BOA$ по двум углам!

$\angle DOC = \angle BOA$, как вертикальные

$\angle CDO = \angle OBA$, как накрест лежащие при $ED \parallel AB$ и секущей BD . Тогда!

$$\frac{DO}{BO} = \frac{CO}{AO} = \frac{CD}{AB} = \frac{24}{41} \quad (1)$$

Рассчитаем произведение $\vec{AD} \cdot \vec{BE}$:

$$\vec{AD} \cdot \vec{BE} = (\vec{AO} + \vec{OD}) \cdot (\vec{BO} + \vec{OE}) = \vec{AO} \cdot \vec{BO} + \vec{AO} \cdot \vec{OE} + \vec{BO} \cdot \vec{OD} + \vec{OD} \cdot \vec{OE}$$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



Площадка написания

Московский государственный технический
университет имени Н.Э. Баумана

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр 85079 Класс 9

Вариант 32 Дата 19.02.2022



Задача 2

$$\left(\frac{3}{4} - \frac{9}{16} + \frac{27}{64} - \frac{81}{256} + \dots\right) \cdot \left(\frac{2}{7} - \frac{4}{49} + \frac{8}{343} - \frac{16}{2401} + \dots\right) =$$
$$= \left(\frac{3}{4} - \frac{3^2}{4^2} + \frac{3^3}{4^3} - \frac{3^4}{4^4} + \dots\right) \cdot \left(\frac{2}{7} - \frac{2^2}{7^2} + \frac{2^3}{7^3} - \frac{2^4}{7^4} + \dots\right)$$

Заметим, что каждый множитель является суммой членов геом. прогр. Причём знаменатель каждой по модулю меньше 1, значит это БУГП.

Пусть (a_n) — БУГП — первый множитель, тогда

$$a_1 = \frac{3}{4}, q_1 = -\frac{3}{4}.$$

Пусть (b_n) — БУГП — второй множитель, тогда

$$b_1 = \frac{2}{7}, q_2 = -\frac{2}{7}.$$

$$S_a = \frac{a_1}{1-q_1} = \frac{\frac{3}{4}}{1+\frac{3}{4}} = \frac{3}{7} \text{ — первый множ.}$$

$$S_b = \frac{b_1}{1-q_2} = \frac{\frac{2}{7}}{1+\frac{2}{7}} = \frac{2}{9} \text{ — второй член множ.}$$

Значит, данное произведение равно $S_a \cdot S_b = \frac{2}{21}$

Ответ: $\frac{2}{21}$

(+)

10 баллов