

Класс 9 Вариант 11 Дата Олимпиады 08.02.2020

Площадка написания МГТУ им. БАУМАНА

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	10	15	20	30						80	восемьдесят	баллов

N1.

$$1) \frac{1}{27a^3 - 1} = \frac{1}{(3a-1)(9a^2+3a+1)}$$

$$2) \frac{1}{(3a-1)(9a^2+3a+1)} \cdot \frac{1+3a}{9a^2+3a+1} = \frac{(9a^2+3a+1) \cdot 1}{(3a-1)(9a^2+3a+1)(3a+1)} =$$

$$= \frac{1}{(3a-1)(3a+1)}$$

$$3) \frac{1}{2(1-3a)} + \frac{1}{(3a-1)(3a+1)} = \frac{1}{2(1-3a)} - \frac{1}{(1-3a)(3a+1)} =$$

$$= \frac{3a+1-2}{2(1-3a)(3a+1)} = \frac{3a-1}{2(1-3a)(3a+1)} = - \frac{1}{2(3a+1)}$$

$$4) - \frac{1}{2+6a} \cdot \frac{2+6a}{a} = - \frac{1}{a}$$

$$5) - \frac{1}{a} = \frac{-1}{-1} = 2020.$$

Ответ: 2020.

5

№6.

$$X_1 = C_1 \quad X_2 = C_2 \quad X_3 = C_3 \quad X_4 = C_4$$

X - кол-во людей, купивших 1 вид.
 C - цена мороженого, 1 вида.

$$\left. \begin{aligned} X_2 - X_1 &= X_4 - X_3 \\ X_1 + X_3 + 4 &= X_2 + X_4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow X_2 - X_1 = 2 = X_4 - X_3$$

Составим уравнение.

$$X_1^2 + (X_2 - 2)^2 + X_4^2 + (X_4 - 2)^2 = 420.$$

$$2X_2^2 - 4X_2 + 4 + 2X_4^2 - 4X_4 + 4 = 420 \quad | :2.$$

$$X_2^2 - 2X_2 + 2 + X_4^2 - 2X_4 + 2 = 210.$$

$$(X_2 - 1)^2 + (X_4 - 1)^2 + 2 = 210$$

$$(X_2 - 1)^2 + (X_4 - 1)^2 = 208$$

Сумма квадратов равна 208.

Такое возможно ^{только} при сумме 64 и 144.
 (числа получили перебором). $\Rightarrow$

$$\Rightarrow (9-1)^2 + (13-1)^2 = 208.$$

$$\text{Значит число } X_2 + X_4 = 22 \Rightarrow X_1 + X_3 = 18.$$

$$22 + 18 = 40 \text{ детей в детском саду.}$$

Ответ: 40 детей.

(30)

(N2)

$$b \cdot q = x_1; \quad b \cdot q^2 = x_2 = q \cdot x_1; \quad c = b \cdot q^3 = x_1 \cdot q^2 = x_2 \cdot q$$

$$x^2 - 6bx + c = 0$$

По теореме Виета:

$$+6b = x_1 + x_2$$

$$c = x_1 x_2$$

$$c = b q^3 = b q \cdot b q^2 = b^2 q^3$$

$$b q^3 = b^2 q^3$$

$$b = b^2 \Rightarrow b = 1 \text{ или } b = 0.$$

Т.к b - первой член геогетр. прогрессии, то

$$b \neq 0 \Rightarrow b = 1.$$

$$6b = bq + bq^2$$

$$6 = q + q^2$$

$$1, 2, 4, 8$$

или

$$1, -3, 9, -27.$$

$$q_1 = 2 \quad q_2 = -3 \Rightarrow$$

Сделаем проверку:

$$1) \quad x^2 - 6x + 8 = 0.$$

$$x_1 = 2 - \text{истина}$$

$$x_2 = 4 - \text{истина}$$

Ответ: 2 и 4

или

$$-3 \text{ и } 9.$$

$$2) \quad x^2 - 6x - 27 = 0$$

$$x_1 = -3 - \text{истина}$$

$$x_2 = 9 - \text{истина}$$

(10)

3. $\sqrt{ab} \cdot n = \frac{a+b}{2} \Rightarrow n = \frac{a+b}{2\sqrt{ab}}$

$$n + \sqrt{n^2 - 1} = \frac{a+b}{2\sqrt{ab}} + \sqrt{\frac{(a+b)^2}{4ab} - 1} = \frac{a+b}{2\sqrt{ab}} + \sqrt{\frac{a-b}{4ab}} = \frac{a+b}{2\sqrt{ab}} + \frac{a-b}{2\sqrt{ab}} = \frac{2a}{2\sqrt{ab}} = \frac{a}{\sqrt{ab}}$$

$$n - \sqrt{n^2 - 1} = \frac{a+b}{2\sqrt{ab}} - \frac{a-b}{2\sqrt{ab}} = \frac{2b}{2\sqrt{ab}} = \frac{b}{\sqrt{ab}}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{\frac{a}{\sqrt{ab}}}{\frac{b}{\sqrt{ab}}}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{\frac{a}{\sqrt{ab}}}{\frac{b}{\sqrt{ab}}} - \text{целая}$$

$$(n^2 - 1) = \frac{(a+b)^2}{4ab} - \frac{4ab}{4ab} = \frac{(a-b)^2}{4ab}$$

УТД.

15

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Цифрой	Пропишью	Подпись	Оценка

5

логический характер задачи, и решить ее

$$\frac{2x^2 - 2x - 8 - 5}{(x^2 - x + 4 - 1)(1 - 4 + x)} \leq \frac{x^2 - x + 2 + 1}{4} + \frac{2 + x - 5}{2}$$

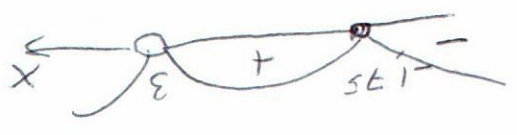
$$\frac{2x^2 - 2x - 13}{(x^2 - x + 3)(x - 3)} \leq \frac{x^2 - x + 3}{4} + \frac{x - 3}{2}$$

$$\frac{2x^2 - 2x - 13}{(x^2 - x + 3)(x - 3)} \leq \frac{4x - 12 + 2x^2 - 2x + 6}{(x^2 - x + 3)(x - 3)}$$

$$\frac{2x^2 - 2x^2 - 2x - 13 + 6}{(x^2 - x + 3)(x - 3)} \geq 0$$

$$f(x) = \frac{(x^2 - x + 3)(x - 3)}{-4x - 7}$$

при $x = -1.75$



$$\left. \begin{aligned} f(-2) < 0 \\ f(2) > 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x \in [-1.75; 3)$$

$$x \in R \Rightarrow x \in \{-1.75; 3\}$$

$$Обет: -1; 0; 1; 2$$

10