ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 30530

Класс 10 Вариант 32 Дата Олимпиады 10.02.18

Площадка написания СВФУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	4	4	4	–	–	12	12	–	~~0~~ 2	~~0~~ 4	~~38~~ 42	тридцать шесть	

Задание №1.

$$\frac{1,2 : 0,375 + (-5)^1}{6\frac{4}{25} : 15\frac{2}{5} + ((0,8)^{-1})^{-1}} = \frac{\left(\frac{5^3}{2}\right)^{-1} : 0,12 + 0,7 \cdot (20,18)^0 = 1 \text{ (т.к. } a^0 = 1)}{x \cdot 3^{-2}}$$

$$\frac{\frac{12}{10} : \frac{3}{8} + \frac{1}{(-5)^1}}{\frac{154}{25} : \frac{77}{5} + (0,8)^{-1\cdot(-1)}} = \frac{\left(\frac{2}{5^3}\right)^1 : \frac{12}{100} + 0,7 \cdot 1}{x \cdot \frac{1}{3^2}}$$

$$\frac{\frac{\cancel{12}}{\cancel{10}} \cdot \frac{\cancel{8}^4}{\cancel{3}} - \frac{1}{5}}{\frac{\cancel{154}}{\cancel{25}} \cdot \frac{\cancel{5}}{\cancel{77}} + \frac{8}{10}} = \frac{\frac{\cancel{3}}{\cancel{125}} \cdot \frac{\cancel{100}^4}{\cancel{12}_6} + \frac{7}{10}}{\frac{x}{9}}$$

$$\frac{\frac{16}{5} - \frac{1}{5}}{\frac{2}{5} + \frac{4}{5}} = \frac{\frac{4}{30} + \frac{21}{30}}{\frac{x}{9}}$$

$$\frac{\frac{15}{5}}{\frac{6}{5}} = \frac{\frac{25}{30}}{\frac{x}{9}} \Rightarrow \frac{x}{9} = \frac{\frac{\cancel{5}}{\cancel{25}} \cdot \frac{\cancel{6}}{\cancel{5}}}{\frac{15}{3}} \Rightarrow \frac{x}{9} = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{1 \cdot 9}{3} = 3$$

Ответ: 3.

Задание №2.

$$\frac{x^2+7}{x-7} - 4^{x-7} = \frac{8x}{x-7}$$

$$\frac{x^2+7 - 4(x-7) - 8x}{x-7} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-7 \neq 0 \\ x^2+7-4(x-7)-8x = 0 \end{cases}$$

Решим эту систему:

$$\begin{cases} x-7 \neq 0 \\ x^2+7-4(x-7)-8x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \neq 7 \\ x^2+7-4x+28-8x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \neq 7 \\ x^2-12x+35 = 0. \end{cases}$$

На следующей стр. →

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

ШИФР 30530

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

Дисциплина	МАТЕМАТИКА

Фамилия	ШАГЕНЯН
Имя	АШОТ
Отчество	АРТУШОВИЧ

№ школы	2
Населенный пункт	НИЖНИЙ БЕСТЯХ

Номер варианта	32

(3-2) Задание №2 (продолжение)

Решим квадратное уравнение:

$\cdot x^2 - 12 + 35 = 0$

По теореме Виета:

$x_1 \cdot x_2 = 35 \qquad x_1 + x_2 = 12$

$x_1 = 5 \qquad x_2 = 7$

Получили два корня: 5 и 7.

$\begin{cases} \underline{x \neq 7} \\ x_1 = 5; \ \underline{x_2 = 7} \end{cases} \Rightarrow$ Ответ: 5

не ОДЗ

Задание №3.

Ряд штрафных очков есть арифметическая прогрессия:

1; 1,5; 2; 2,5; 3 ..... ; +∞. (например)

В нашем случае:

$a_1 = 1 \ ; \ d = 0,5 \ ; \ S_n = 7 \ ; \ n - ?$ (ОДЗ: $n > 0$, не может быть отр. кол-ва выстрелов)

$\Downarrow$

$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n = 7$

$2a_1 n + dn(n-1) = 14$

$2 \cdot 1 \cdot n + 0,5\, n(n-1) = 14$

$2n + 0,5n^2 - 0,5n = 14$

$0,5n^2 + 1,5n - 14 = 0 \Rightarrow n^2 + 3n - 28 = 0$

$n_{1,2} = 4; -7$ (по теореме Виета)

$\Downarrow$ не ОДЗ.

Не попал 4 раза:

$\Sigma(1; 1,5; 2; 2,5) = 7. \Rightarrow 25 - 4 = 21$ р.

Ответ: 21 раз.

Задание №6.

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 30530

$$A = \left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{9}\right)\left(1-\frac{1}{16}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1-\frac{1}{2018^2}\right)$$

$$A = \left(1^{2^2}-\frac{1}{2^2}\right)\left(1^{3^2}-\frac{1}{3^2}\right)\left(1^{4^2}-\frac{1}{4^2}\right)\cdot\ldots\left(1^{2018^2}-\frac{1}{2018^2}\right)$$

$$A = \left(\frac{2^2-1}{2^2}\right)\left(\frac{3^2-1}{3^2}\right)\left(\frac{4^2-1}{4^2}\right)\left(\frac{5^2-1}{5^2}\right)\left(\frac{6^2-1}{6^2}\right)\cdot\ldots\left(\frac{2018^2-1}{2018^2}\right)$$

$$A = \frac{(2-1)(2+1)(3-1)(3+1)(4-1)(4+1)(5-1)(5+1)(6-1)(6+1)\ldots(2018+1}{2^2\cdot 3^2\cdot 4^2\cdot 5^2\cdot 6^2\cdot 7^2\cdot 8^2\cdot 9^2\ldots 2018^2}$$

$$A = \frac{1\cdot 3\cdot 2\cdot 4\cdot 3\cdot 5\cdot 4\cdot 6\cdot 5\cdot 7\cdot 6\cdot 8\ldots (2017+1)\cdot 2017\cdot 2019}{2^2\cdot 3^2\cdot 4^2\cdot 5^2\cdot 6^2\cdot 7^2\cdot 8^2\cdot 9^2\ldots 2018^2}$$

пример.

$$A = \frac{2019}{2\cdot 2018} = \frac{2019}{4036}$$ – телескопическое произведение

Ответ: $\frac{2019}{4036}$.

Задание №7.

в – "х" рублей / 1 шт.
ф – "х + а" рублей / 14 шт.
б – "х + 2а" рублей / 2 шт.

$\Big\}$ 17х + 18а.

↓ поровну: 8,5х + 9а.

Нельзя взять 8,5 х..
Возьмём 7х:
2б + 5ф = (7х) + 9а.

$$\Sigma = 26x \begin{cases} в = x \\ ф = 1{,}5x \\ б = 2x \end{cases}$$ ⇐ а = 0,5 х.

Каждый купил за 13х $\left(\frac{26x}{2}\right)$

I: 2б; 6ф

II: в; 8ф

Ответ: 8 футбольных

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 30530

Задание № 10.

$$\frac{1}{\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}} + \frac{1}{\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}} > 2.$$

ОДЗ:

$x-1 \geq 0$; $x \geq 1$

$x+2\sqrt{x-1} \neq 0$

$x-2\sqrt{x-1} \neq 0$

Проверка в конце.

$$\frac{1}{\sqrt{(\sqrt{x-1}+1)^2}} + \frac{1}{\sqrt{(\sqrt{x-1}-1)^2}} > 2$$

$$\frac{1}{|\sqrt{x-1}+1|} + \frac{1}{|\sqrt{x-1}-1|} > 2$$

всегда плюс

Если

$\sqrt{x-1} \in [0;1)$ $\quad$ $\sqrt{x-1} \in [1;+\infty)$

$$\frac{1}{\sqrt{x-1}+1} + \frac{1}{|\sqrt{x-1}-1|} > 2$$

1) Если $0 \leq x < 1$, то $\frac{1}{\sqrt{x-1}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x-1}} > 2$

2) Если $x \geq 1$, то $\frac{1}{\sqrt{x-1}+1} + \frac{1}{\sqrt{x-1}-1} > 2$.

Решим:

1) $\frac{1}{\sqrt{x-1}+1} \ominus \frac{1}{\sqrt{x-1}-1} > 2$ $\quad | \cdot (\sqrt{x-1}+1)(\sqrt{x-1}-1)$

$$\frac{\sqrt{x-1}-1-\sqrt{x-1}-1-2(\sqrt{x-1}+1)(\sqrt{x-1}-1)}{(\sqrt{x-1}+1)(\sqrt{x-1}-1)} > 0$$

$$\frac{-2-2(x-1-1)}{x-1-1} > 0 \qquad \frac{-2-2x+4}{x-2} > 0 \qquad \frac{-2x+2}{x-2} > 0$$

→ на сл. стр

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

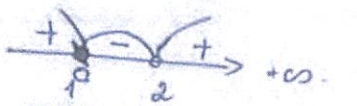
Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 30530

Задание № 10 (пр)

$$\frac{-2(x-1)}{x-2} > 0 \quad | : (-2) \Rightarrow \quad \frac{x-1}{x-2} < 0.$$

$x-1 = 1$, $x-2 = 2$



ОДЗ: $x \neq 2$ для первого. Нет реш. для 1)

2) $\frac{1}{\sqrt{x-1}+1} + \frac{1}{\sqrt{x-1}-1} > 2$, при $x \geq 1$.

$| \cdot (\sqrt{x-1}-1)$ $| \cdot (\sqrt{x-1}+1)$

$$\frac{\sqrt{x-1}-1+\sqrt{x-1}+1-2(x-1-1)}{x-1-1} > 0$$

$$\frac{2\sqrt{x-1}-2x+4}{x-2} > 0$$

$x-2 = 2$

Тогда: $x-2 > 0$.

$x > 2$

$2\sqrt{x-1} - 2x + 4 = 0$

$2\sqrt{x-1} = 2x - 4$

$\sqrt{x-1} = x - 2$

$x^2 - 2x + 1 = x - 2$.

$x^2 - 3x + 3 = 0 \Rightarrow$ всегда $D < 0$ нет.

Ответ: $(2; +\infty)$

Задание № 9.

$$\begin{cases} x^2+y^2 = 2(7+a) \\ (x+y)^2 = 50 \end{cases}$$

$x^2+y^2 > 0$, $x \neq -y$.

$x^2+y^2+2xy-50=0$

$x^2 + (2y)x + (y^2-50) = 0$ $\quad D = 4y^2 - 4y^2 + 200 = 200$

$x_{1,2} = \frac{-2y \pm 10\sqrt{2}}{2} = -y \pm 5\sqrt{2}$

Подставим:

$(-y-\sqrt{50})^2 + y^2 = 2(7+a)$

$2y^2 + 2\sqrt{50}y + 36 - 2a = 0$

$y^2 + \sqrt{50}y + 18 - a = 0$

$(-y+\sqrt{50})^2 + y^2 = 2(7+a)$

$y^2 - \sqrt{50}y + 18 - 2a = 0$

одинак ⇓

$D_1 = 50 - (324 - 72a + 4a^2) = 0$ (один корень для 2ух реш ⇓ иначе будут более)

$D_1 = 2a^2 - 36a + 137 = 0$

$D_2 = 1296 - 1096 = 200$

$a_{1,2} = \frac{36 \pm 10\sqrt{2}}{4} \Rightarrow$ Ответ: $a_1 = \frac{18-5\sqrt{2}}{2}$; $a_2 = \frac{18+5\sqrt{2}}{2}$