

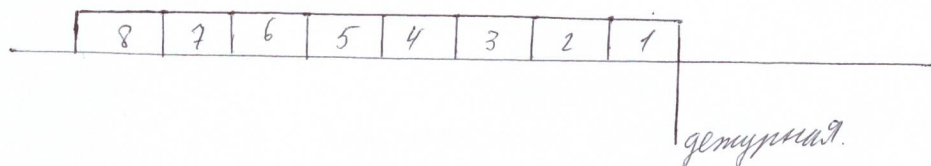
Класс 9 Вариант 12 Дата Олимпиады 15.02.2020

Площадка написания 000 "Газпром добыча Краснодар"

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	20	15	20	20	15	10	/	/	/	/	100	сто	<i>МФУ</i>

Задача 1

Дано:
 $V_{cp} = 10 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$
 $V = ?$

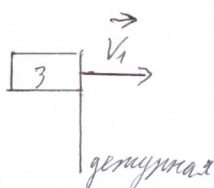


20

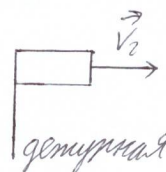
1. Пусть длина одного вагона = l .

2. Рассмотрим 3-й вагон

I перед дежурной
 Пусть скорость вагона
 равна V_1



II после дежурной
 Пусть скорость
 вагона равна V_2



По условию $V_{cp} = \frac{V_1 + V_2}{2}$; $\Leftrightarrow V_1 + V_2 = 2V_{cp}$ (1)

3. Если рассматривать скорость поезда с начального момента, то получим

$$V_1^2 = 2aS_1 = 2a \cdot 2l = 4al \quad (2)$$

$$V_2^2 = 2aS_2 = 2a \cdot 3l = 6al \quad (3)$$

где a - ускорение поезда.
 $V^2 = 2aS_3 = 2a \cdot 8l = 16al$ (ведь, что скорость восьмого вагона, такая же, как и всего поезда).

$$\frac{V^2}{V_1^2} = \frac{16al}{4al}; \Leftrightarrow \frac{V}{V_1} = 2.$$

Складываем и вычитаем (2) и (3):

$$\begin{cases} V_1^2 + V_2^2 = 10al \\ V_2^2 - V_1^2 = 2al \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (V_1 + V_2)^2 - 2V_1 \cdot V_2 = 10al \\ (V_2 - V_1)(V_2 + V_1) = 2al \end{cases} \text{ Подставим (1).}$$

1

$$\begin{cases} 4V_{cp}^2 - 2V_2 \cdot V_1 = 10a l \quad | : 2 \\ (V_2 - V_1) \cdot 2V_{cp} = 2a l \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2V_{cp}^2 - V_2 \cdot V_1 = 5a l \\ a l = V_{cp}(V_2 - V_1) \end{cases} \Rightarrow 2V_{cp}^2 - V_2 \cdot V_1 = 5V_{cp}(V_2 - V_1) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2V_{cp}^2 - V_2 \cdot V_1 = 5V_{cp} \cdot V_2 - 5V_{cp} \cdot V_1 \Leftrightarrow V_2(5V_{cp} + V_1) = 2V_{cp}^2 + 5V_{cp} \cdot V_1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow V_2 = \frac{2V_{cp}^2 + 5V_{cp} \cdot V_1}{5V_{cp} + V_1}. \text{ Подставим найденное выражение в (4):}$$

$$V_1 + \frac{2V_{cp}^2 + 5V_{cp} \cdot V_1}{5V_{cp} + V_1} = 2V_{cp} \Leftrightarrow 5V_{cp} \cdot V_1 + V_1^2 + 2V_{cp}^2 + 5V_{cp} \cdot V_1 = 10V_{cp}^2 + 2V_{cp} \cdot V_1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow V_1^2 + 8V_{cp} \cdot V_1 - 8V_{cp}^2 = 0. \text{ Определим, что } V_1 > 0 \Rightarrow$$

$$V_1 = \frac{-8V_{cp} + \sqrt{64V_{cp}^2 + 32V_{cp}^2}}{2} = \frac{V_{cp} \cdot \sqrt{96} - 8V_{cp}}{2} = \frac{4V_{cp} \sqrt{6} - 8V_{cp}}{2} = \frac{4V_{cp}(\sqrt{6} - 2)}{2}$$

$$\text{Вспомогательное, что } \frac{V}{V_1} = 2 \Rightarrow V = 2V_1 \Rightarrow V = 4V_{cp}(\sqrt{6} - 2) = 14,98 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

Ответ: $V = 14,98 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$

Задача 2.

Решение

Дано:

$$\alpha = 30^\circ$$

$$F_1 = 130 \text{ Н}$$

$$F_2 = 140 \text{ Н}$$

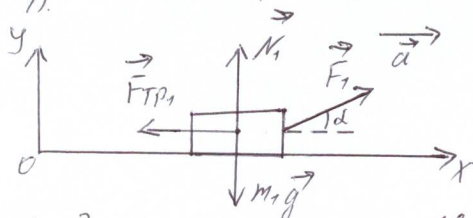
$$m_1 = 40 \text{ Н}$$

$$m_2 = 35 \text{ Н}$$

$$a_1 = a_2 = a$$

$\mu = ?$

1). Рассмотрим силы, действующие на санки с Машей.



15

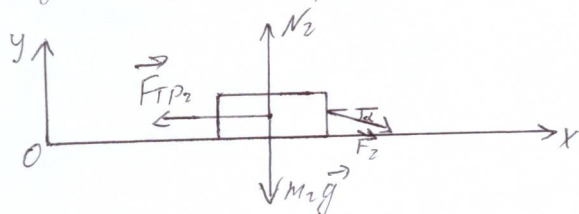
2). Запишем II закон Ньютона для санок с Машей:

$$Ox: F_1 \cos \alpha - F_{тр1} = m_1 a$$

$$Oy: N_1 + F_1 \sin \alpha = m_1 g. \text{ По закону Кулона-Амонта: } F_{тр1} = \mu N_1$$

$$\Rightarrow F_1 \cos \alpha - \mu(m_1 g - F_1 \sin \alpha) = m_1 a. \quad (1)$$

3). Рассмотрим силы, действующие на санки с Дашей. (Для удобства силу, которую прикладывает Петя перенесём вперёд).



4). Запишем II закон Ньютона для этого случая:

$$Ox: F_2 \cos \alpha - F_{тр2} = m_2 a$$

$$Oy: N_2 = m_2 g + F_2 \sin \alpha. \text{ По закону Кулона-Амонта } F_{тр2} = \mu N_2 \Rightarrow$$

$$F_2 \cos \alpha - \mu(m_2 g + F_2 \sin \alpha) = m_2 a \Rightarrow a = \frac{F_2 \cos \alpha - \mu(m_2 g + F_2 \sin \alpha)}{m_2}$$

Подставим это выражение в (1)

2

$$F_1 \cos \alpha - \mu(m_1 g - F_1 \sin \alpha) = \frac{m_1}{m_2} (F_2 \cos \alpha - \mu(m_2 g + F_2 \sin \alpha))$$

$$F_1 \cdot m_2 \cos \alpha - \mu m_2 (m_1 g - F_1 \sin \alpha) = F_2 \cdot m_1 \cos \alpha - \mu m_1 (m_2 g + F_2 \sin \alpha)$$

$$\mu(m_1 m_2 g + F_2 m_1 \sin \alpha - m_2 m_1 g + F_1 m_2 \sin \alpha) = (F_2 m_1 - F_1 m_2) \cos \alpha$$

$$\mu = \frac{F_2 m_1 - F_1 m_2}{F_2 m_1 + F_1 m_2} = \sqrt{3} \frac{140 \cdot 40 - 130 \cdot 35}{140 \cdot 40 + 130 \cdot 35} = \sqrt{3} \frac{5600 - 4550}{5600 + 4550} = \sqrt{3} \frac{1050}{10150} =$$

$$= 0,149$$

Ответ: 0,149

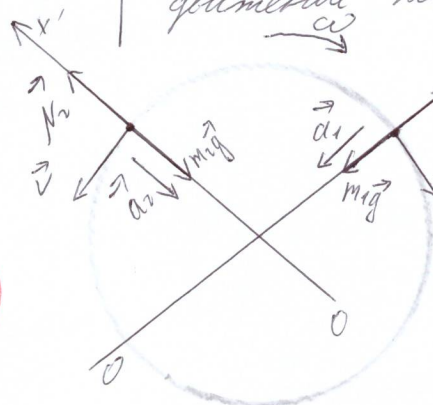
Задача 3

Решение.

Дано:	CH
$M = 3000 \text{ Т}$	3000000 Кл
$\Delta N = 15 \text{ кН}$	15000 Н
$T = 24 \text{ ч.}$	86400 с
$V = ?$	

1. Оба поезда движутся по экватору, значит мы можем рассматривать их движение, как движение по окружности.

20



2. Пусть угловая скорость вращения Земли $= \omega$, тогда её линейная скорость $V_1 = \omega R$, где R - радиус Земли.

$$\omega = \frac{2\pi}{T}; \Rightarrow V_1 = \frac{2\pi R}{T} \quad (1)$$

3. $m_2 = m_1 = m$.

4. Запишем II закон Ньютона для первого поезда:

ОХ: $-m_1 g + N_1 = -m_1 a_1$; $\Leftrightarrow mg - N_1 = ma_1$. Заметим, что скорость движения первого поезда совпадает с вращением планеты. $\Rightarrow a_1 = \frac{(V+V_1)^2}{R}$

5. Запишем II закон Ньютона для второго поезда:

ОХ': $-m_2 g + N_2 = -m_2 a_2$; $\Leftrightarrow m_2 g - N_2 = m_2 a_2$. Аналогично первому случаю: $a_2 = \frac{(V-V_1)^2}{R}$

$$\text{Итак: } a_2 = \frac{(V-V_1)^2}{R}$$

$$6. \begin{cases} mg - N_1 = m \frac{(V+V_1)^2}{R} \\ mg - N_2 = m \frac{(V-V_1)^2}{R} \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} mg - N_1 = \frac{m}{R} (V+V_1)^2 \\ mg - N_2 = \frac{m}{R} (V-V_1)^2 \end{cases} \text{ По условию } \Delta N = N_2 - N_1$$

$$\Delta N = N_2 - N_1 = mg - \frac{m}{R} (V-V_1)^2 - (mg - \frac{m}{R} (V+V_1)^2) = \frac{m}{R} ((V+V_1)^2 - (V-V_1)^2) =$$

$$= \frac{m}{R} (V+V_1 - V_1 + V)(V+V_1 + V_1 - V) = \frac{m}{R} \cdot 2V \cdot 2V_1 = \frac{4m}{R} V \cdot V_1 \text{ Подставим (1)}$$

$$\Delta N = \frac{4m}{R} \cdot V \cdot \frac{2\pi R}{T} = \frac{8\pi m}{T} \cdot V; \Rightarrow V = \frac{\Delta N \cdot T}{8\pi m} = \frac{15000 \cdot 86400}{8 \cdot 3000000 \cdot \pi} = \frac{54}{\pi} = 17,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Ответ: $V = 17,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

Задача 4.

Решение

Дано:

$$V_1 = \frac{1}{2}V$$

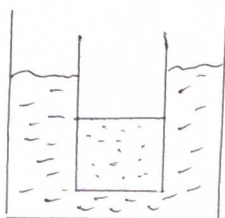
$$V_2 = \frac{1}{4}V$$

$$V = 300 \text{ мл}$$

$$\rho_B = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$m = ?$

- 1) Пусть M - масса пустой банки, а ρ_c - плотность сыпучей
- 2) Рассмотрим первый случай:



Затем условие равновесия:

$$Mg + \frac{1}{2}\rho_c \cdot Vg = \frac{5}{6}\rho_B \cdot V \cdot g$$

$$M + \frac{1}{2}\rho_c \cdot V = \frac{5}{6}\rho_B \cdot V$$

- 3) Затем условие равновесия для второго случая:

$$Mg + \frac{1}{4}\rho_c \cdot Vg = \frac{1}{2}\rho_B \cdot V \cdot g \Rightarrow M + \frac{1}{4}\rho_c \cdot V = \frac{1}{2}\rho_B \cdot V$$

- 4) Получим систему уравнений:

$$\begin{cases} M + \frac{1}{2}\rho_c \cdot V = \frac{5}{6}\rho_B \cdot V & (1) \\ M + \frac{1}{4}\rho_c \cdot V = \frac{1}{2}\rho_B \cdot V & (2) \end{cases} \xrightarrow{(1)-(2)} \frac{1}{4}\rho_c \cdot V = \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{2}\right)\rho_B \cdot V \Rightarrow \frac{1}{4}\rho_c = \frac{1}{3}\rho_B \Rightarrow$$

20

$$\Rightarrow \rho_c = \frac{16}{12}\rho_B = \frac{4}{3}\rho_B$$

$$5) M = \frac{1}{2}\rho_B \cdot V - \frac{1}{4}\rho_c \cdot V = V\left(\frac{1}{2}\rho_B - \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{3}\rho_B\right) = V\left(\frac{1}{2}\rho_B - \frac{1}{3}\rho_B\right) = \frac{\rho_B \cdot V}{6}$$

$$6) m = M + \rho_c \cdot V = \frac{\rho_B V}{6} + \frac{4}{3}\rho_B V = \rho_B V\left(\frac{1}{6} + \frac{4}{3}\right) = \frac{27}{18}\rho_B V = \frac{3}{2}\rho_B V = 0,45 \text{ кг.}$$

Ответ: $m = 0,45 \text{ кг.}$

Задача 5.

Решение

Дано:

$$t_1 = 20^\circ\text{C}$$

$$t_K = 100^\circ\text{C}$$

$$t_2 = 300^\circ\text{C}$$

$$m_B = 1 \text{ т.}$$

$$m_y = 0,5 \text{ т.}$$

$$L_y = 27 \text{ МДж/кг}$$

$$c_B = 4,2 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}^\circ\text{C}}$$

$$L_B = 2,3 \frac{\text{МДж}}{\text{кг}}$$

$\eta = ?$

- 1) По определению КПД:

$$\eta = \frac{A_{\text{п}}}{A_{\text{з}}}, \text{ где } A_{\text{п}} - \text{полезная работа, } A_{\text{з}} - \text{затраченная работа.}$$

$$2) A_{\text{п}} = c_B \cdot m_B (t_K - t_1) + L_B m_B = c_B m_B (t_2 - t_1) + L_B m_B$$

$$3) A_{\text{з}} = L_y \cdot m_y$$

$$4) \eta = \frac{m_B (c(t_2 - t_1) + L_B)}{L_y m_y} = \frac{m_B}{m_y} \cdot \frac{c(t_2 - t_1) + L_B}{L_y} = 2 \cdot \frac{4200 \cdot 280 + 2300000}{27000000} = 0,254$$

Ответ: $\eta = 0,254$

15

Задача 6.

Решение.

Дано:

$$R_1 = 10 \text{ Ом}$$

$$R_2 = 20 \text{ Ом}$$

$$R_3 = 40 \text{ Ом}$$

$$R_{AB} = 28 \text{ Ом}$$

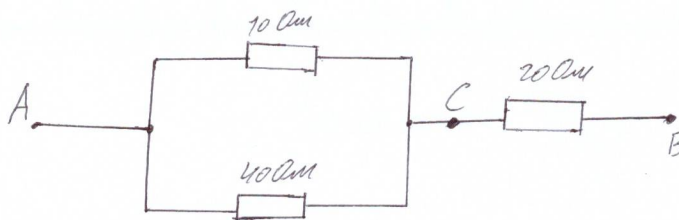
$$R_{BC} = 20 \text{ Ом}$$

$$R_{AC} = ?$$

1). Заметим, что если соединить R_1 и R_3 параллельно, то $R_{13} = \frac{R_3 \cdot R_1}{R_3 + R_1} = \frac{40 \cdot 10}{40 + 10} = \frac{400}{50} = 8 \text{ Ом}$.

2). Тогда R_{AB} в точности равно $R_2 + R_{13} = 28 \text{ Ом}$.

3). Схема выглядит следующим образом.



Заметим, что в данной цепи $R_{BC} = R_2 = 20 \text{ Ом}$, что удовлетворяет условию. Значит $R_{AC} = R_{13} = 8 \text{ Ом}$.

Ответ: $R_{AC} = 8 \text{ Ом}$.

10